

עיבוד אותות ביולוגיים

אליאס נעמה

הפקולטה להנדסת חשמל, טכניון

הפקולטה להנדסה ביו-רפואית, טכניון

21/02/2021

מה בתכנית?

- אותות ומערכות
 - סוגים של אותות
 - קוונטיזציה / דגימה
 - ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
 - מסננים דיגיטלים
- שיערוך סטטיסטי
 - שיערוך ממדידות רועשות
 - שימושים של פונקצית הקורלציה
 - התמרות משולבות של זמן-תדר
 - דוגמה מסכמת

מה בתכנית?

• אותות ומערכות

- סוגים של אותות
- קוונטיזציה / דגימה
- ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- מסננים דיגיטלים

• שיערוך סטטיסטי

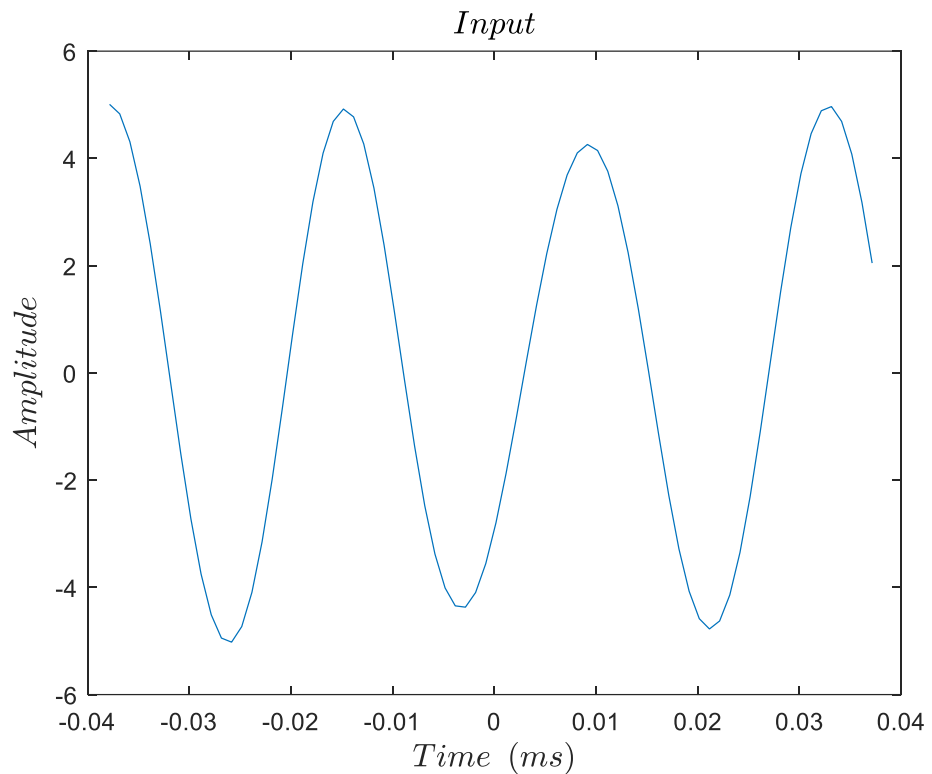
- שיערוך ממדידות רועשות
- שימושים של פונקצית הקורלציה
- התמרות משולבות של זמן-תדר
- דוגמה מסכמת

אותות ומערכות: כללי המשחק

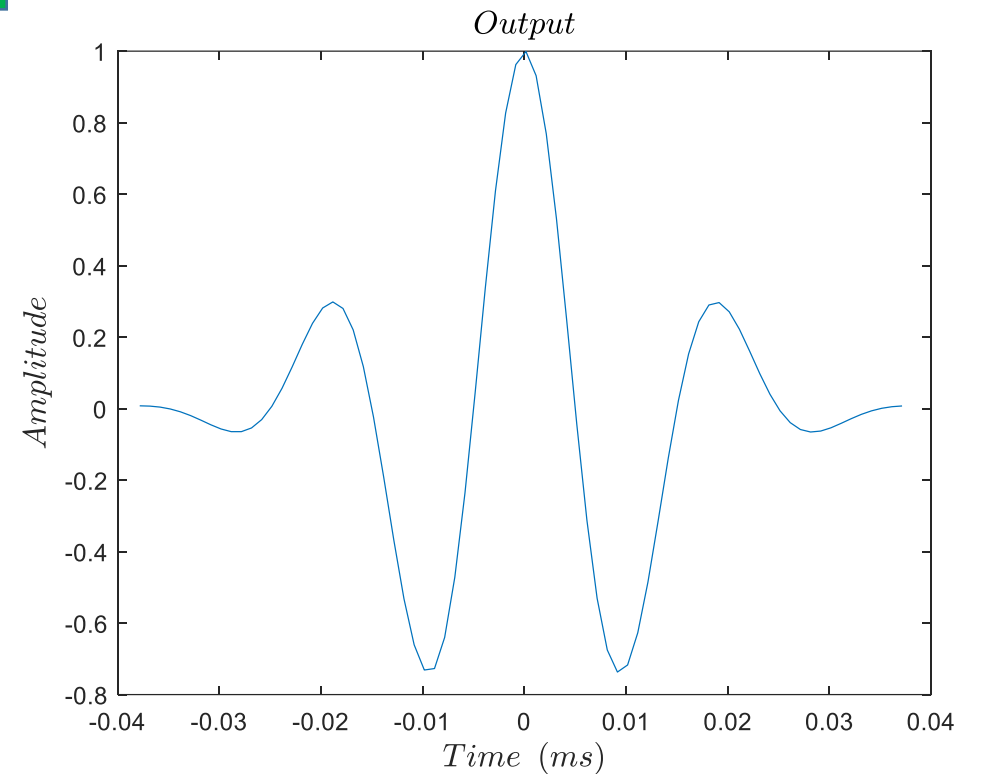
אות כניסה

מערכת

אות יציאה



מבצעת עיבוד
כלשהו על אות
הכניסה כדי לייצר
ממנו את אות
היציאה



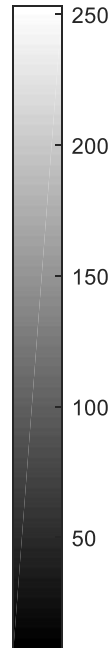
אותות ומערכות: כללי המשחק

אות כניסה

מערכת

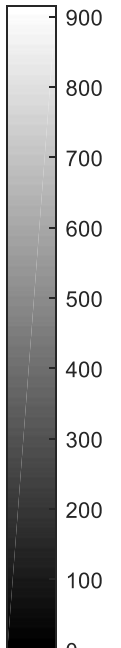
אות יציאה

Two Dimensional Input



מבצעת עיבוד
כלשהו על אות
הכניסה כדי לייצר
ממנו את אות
היציאה

Output



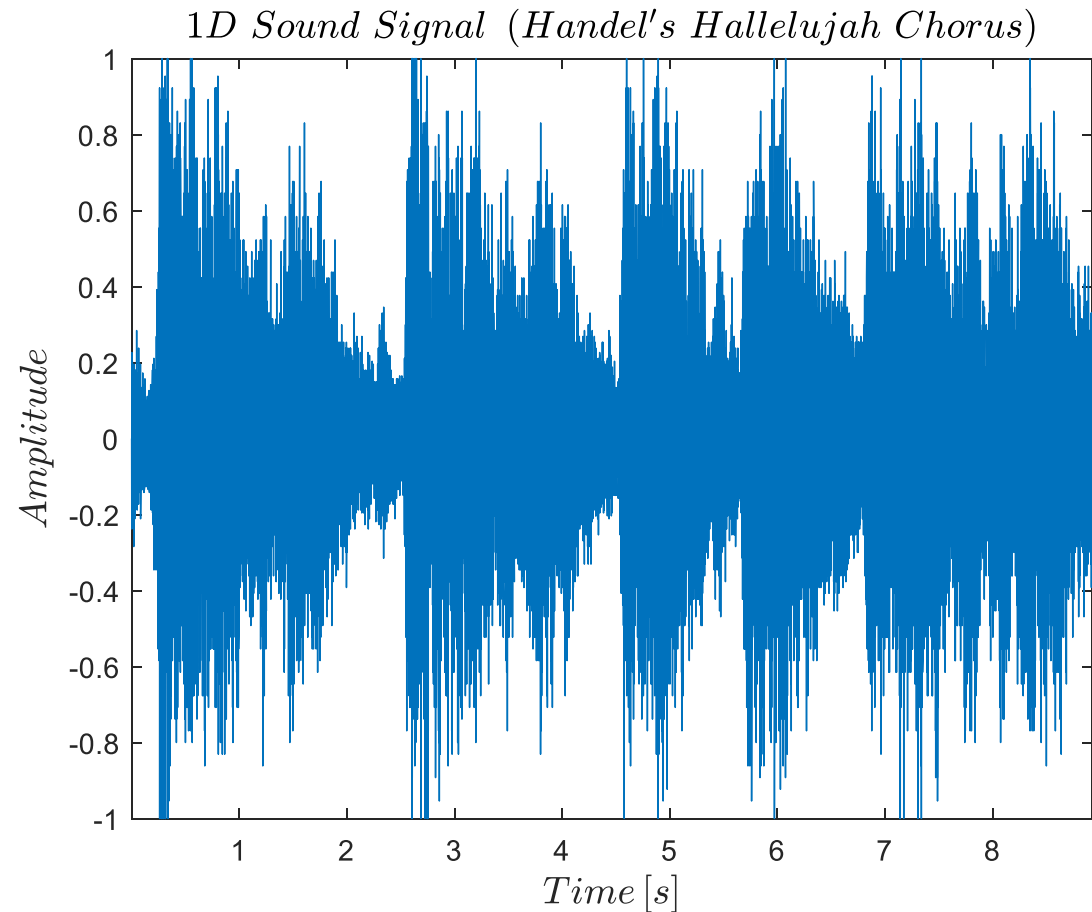
מה בתכנית?

- **אותות ומערכות**
- **סוגים של אותות**
- קוונטיזציה / דגימה
- ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- מסננים דיגיטלים
- **שיערוך סטטיסטי**
- שיערוך ממדידות רועשות
- שימושים של פונקצית הקורלציה
- התמרות משולבות של זמן-תדר
- דוגמה מסכמת

מה ההגדרה של אות?

- אות הוא אוסף של אינפורציה/נתונים המתאר תופעה כלשהי (בד"כ פיסיקלית).
 - דוגמאות?
- אותות חד-מימדיים
 - אותות שמע
 - אותות רפואיים כגון EEG/ECG
 - אותות רדאר
- אותות דו-מימדיים
 - תמונות
- וכו'..

סוגים של אותות: אותות חד-מימדיים

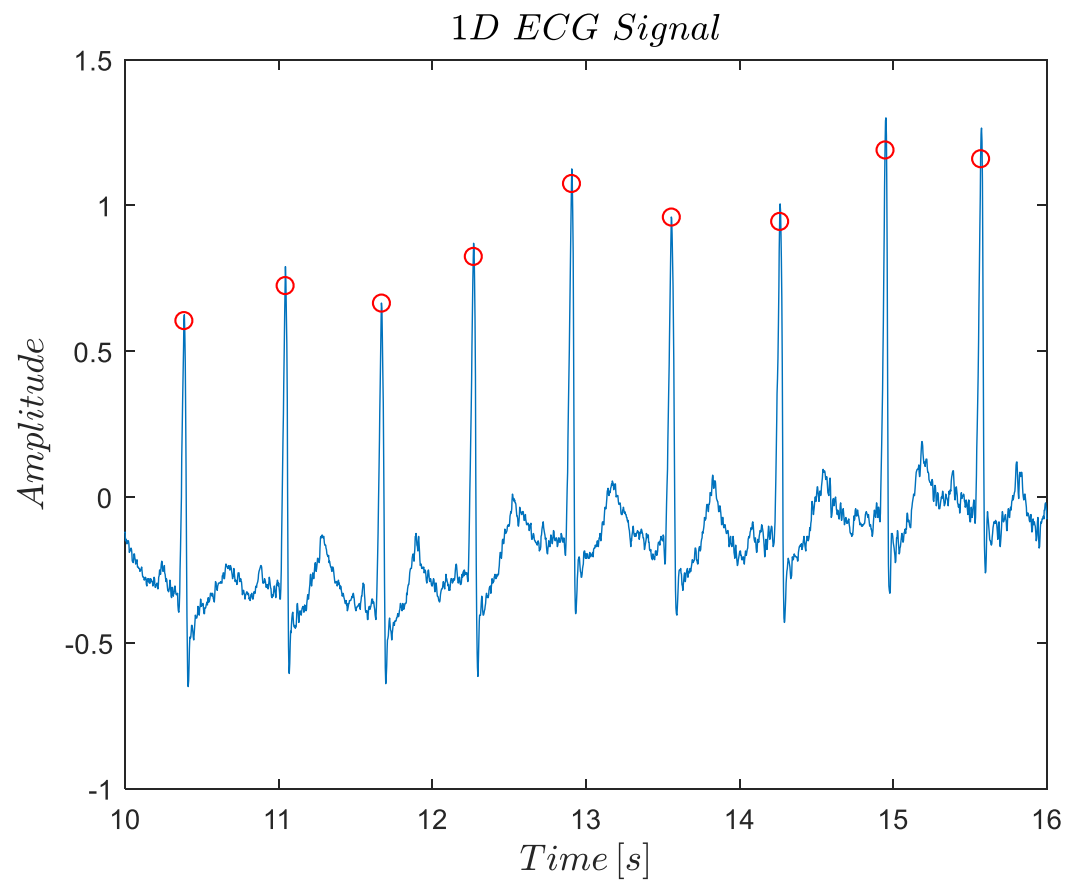


• אות שמע:



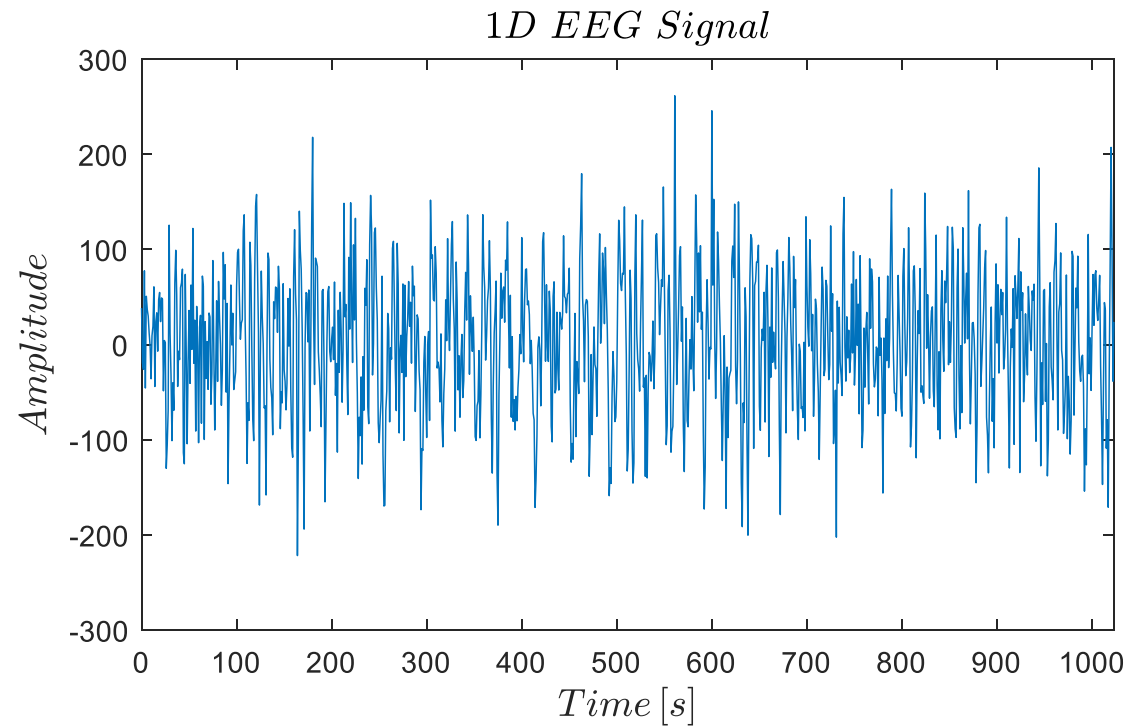
סוגים של אותות: אותות חד-מימדיים

• אות ECG:



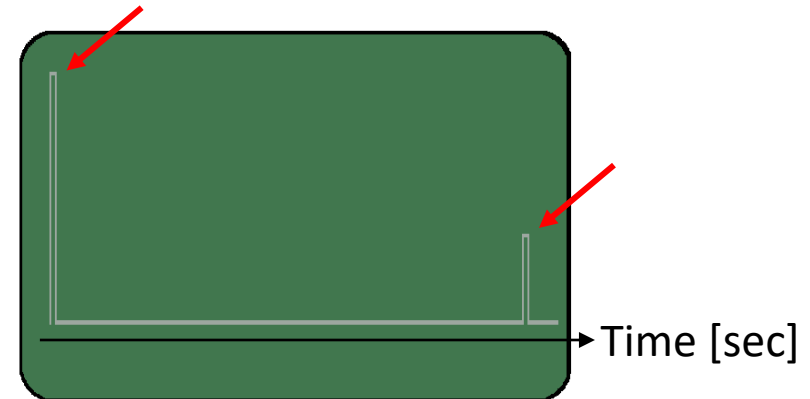
סוגים של אותות: אותות חד-מימדיים

• אות EEG:



סוגים של אותות: **חד**-מימדיים

• אות רדאר:



סוגים של אותות: אותות דו-מימדיים

2D "Selfie" Signal



• תמונות "רגילות":

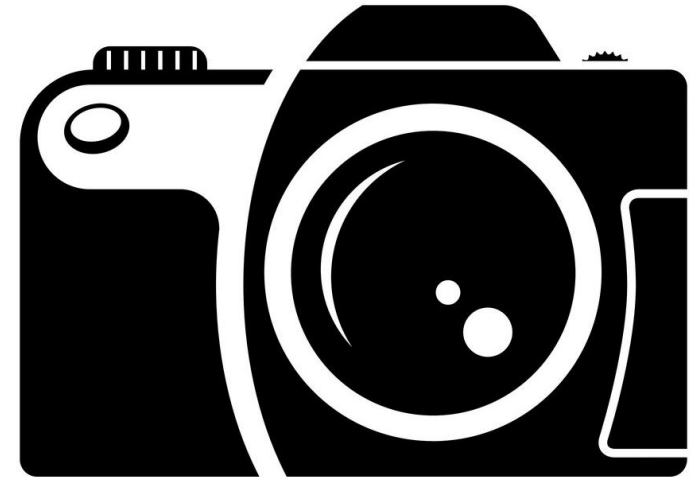


סוגים של אותות: אותות דו-מימדיים

2D "Nature" Signal



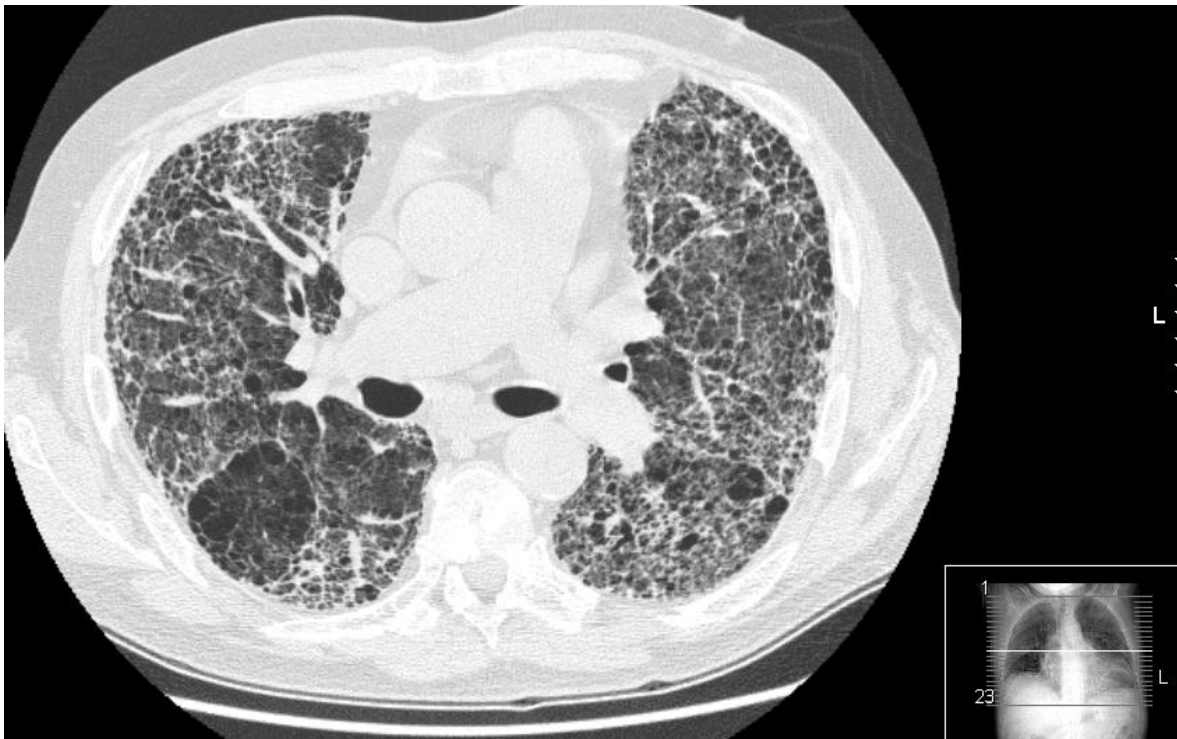
• תמונות "רגילות":



סוגים של אותות: אותות דו-מימדיים

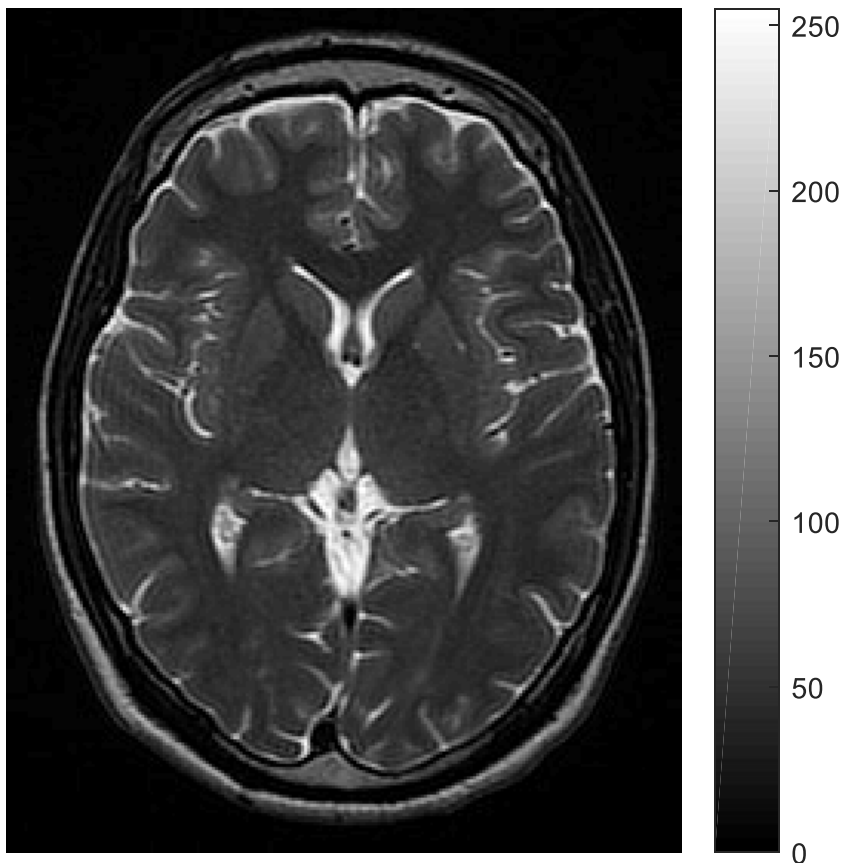
- תמונות רפואיות - CT:

2D CT signal



סוגים של אותות: אותות דו-מימדיים

2D MRI Signal



• תמונות רפואיות - MRI:



סוגים של אותות: דו-מימדיים

2D Ultrasound signal



• תמונות רפואיות - Ultrasound:



למה צריך ללמוד אותות ומערכות?

- מהנדסים בונים מערכות שמעבדות אותות. אז מה?
- ישנו צורך בהבנה מתמטית של איך המערכות האלה עובדות. למה?
- הבנה מתמטית חיונית לכך שמערכות מתוכננות יפעלו באופן הרצוי. זה קריטי?
- אם מערכת נכשלת לעמוד בדרישות שהוצבו מראש בד"כ זה מלווה בתוצאות שליליות (לפעמים קטסטרופות של ממש). לדוגמא:
 - תמונות באיכות נמוכה מרגעים בלתי נשכחים
 - אבחון רפואי שגוי
 - פרצה במערכת הביטחון האווירית
 - וכו'..

מה בתכנית?

- **אותות ומערכות**

- ✓ סוגים של אותות

- **קוונטיזציה/דגימה**

- ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה

- מסננים דיגיטלים

- **שיערוך סטטיסטי**

- שיערוך ממדידות רועשות

- שימושים של פונקצית הקורלציה

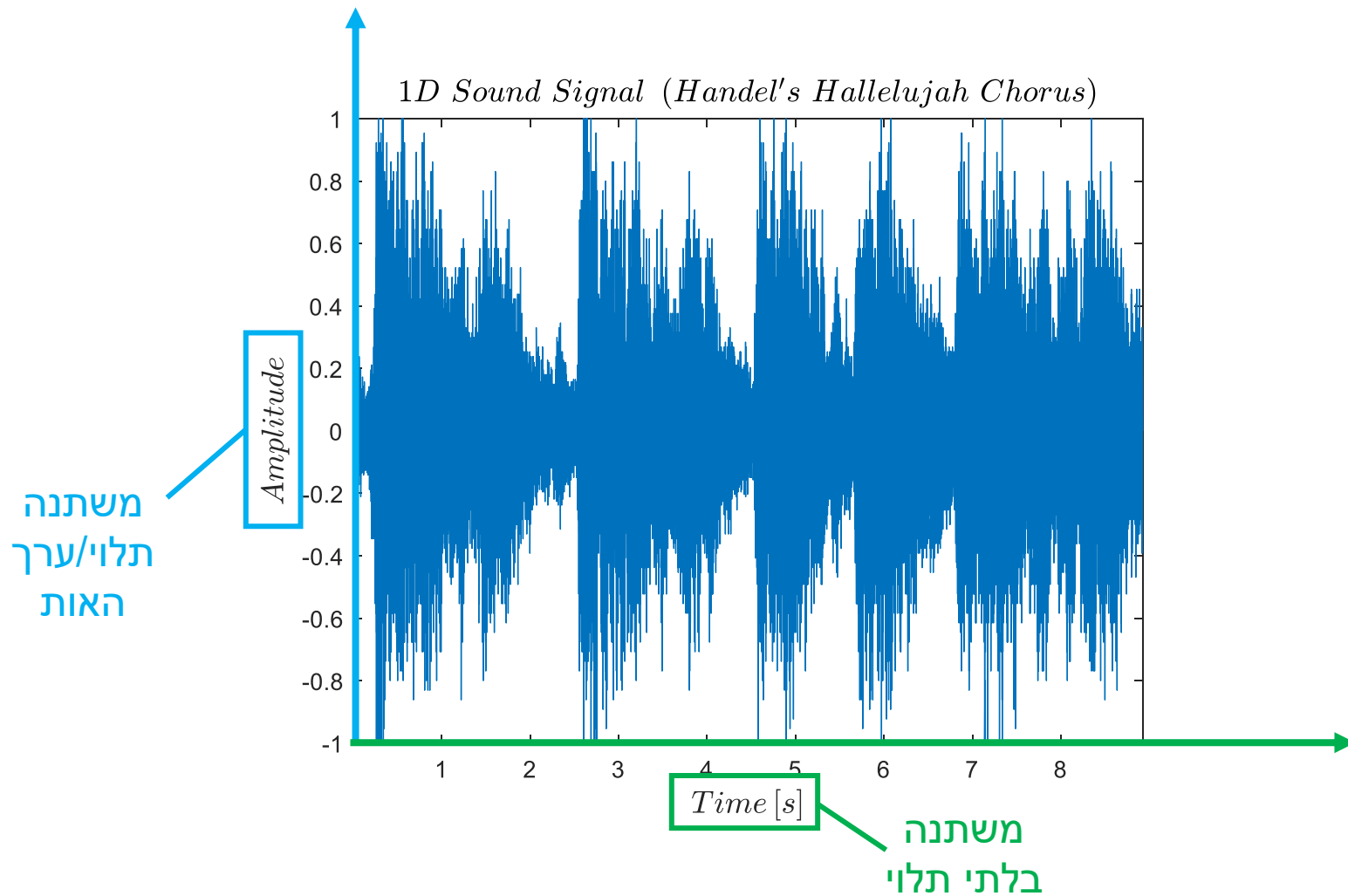
- התמרות משולבות של זמן-תדר

- דוגמה מסכמת

איך עובדים עם אותות?

- על מנת לאפיין/לעבד אותות יש צורך במודל מתמטי שיתאר את האות.
- נהוג לחשוב על אותות כעל פונקציה של משתנים **בלתי תלויים** (למשל זמן עבור אותות **חד-מימדיים**, או מרחב עבור אותות **דו-מימדיים**), כאשר ערך הפונקציה הוא המשתנה **התלוי/האות**.
- אפשר לסווג אותות לתתי-קטגוריות לפי סוג הערכים שמקבלים המשתנים **הבלתי-תלויים** והמשתנה **התלוי**. ערכים אלה יכולים להיות רציפים (אנלוגיים/Analog) או בדידים (דגיטליים/Digital).
- המעבר בין רציף לבדיד מתבצע על ידי רכיב הנקרא "דוגם" (Analog to Digital Converter) והוא מאפשר לנו לעבד את האותות במחשב.

אותות חד-מימדיים כפונקציות



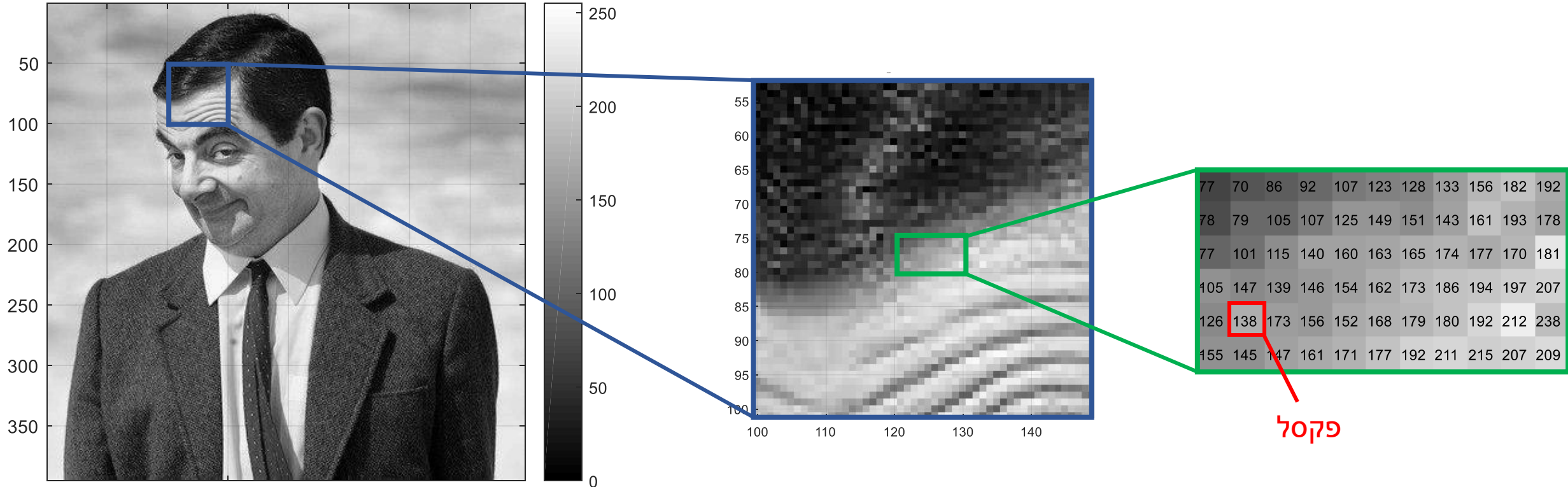
- אותות חד-מימדיים כפונקציה:

- מה עם תמונות?

תמונה = מטריצה

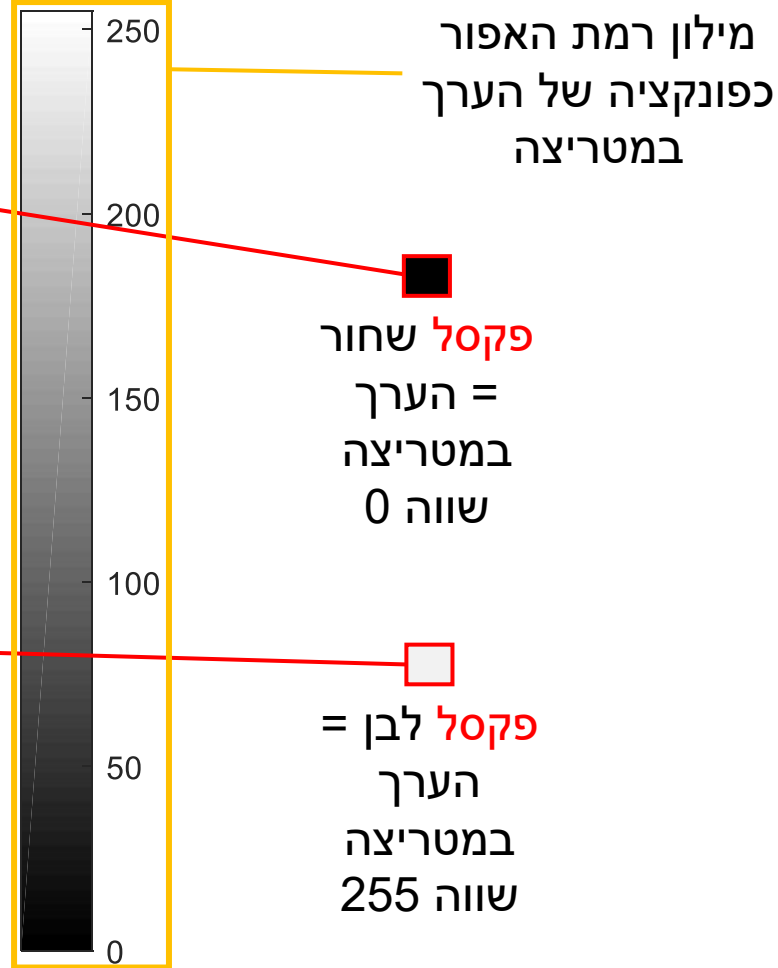
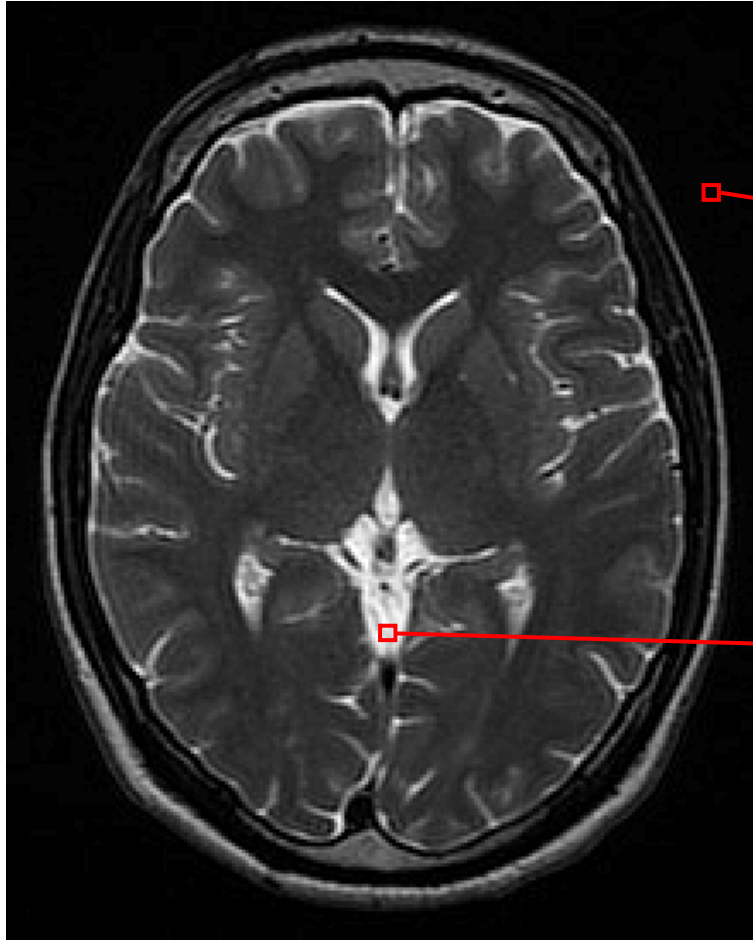
- תמונה במחשב מוגדרת כמטריצה, כאשר כל איבר במטריצה נקרא פיקסל.

Image = Matrix



תמונה = מטריצה

2D MRI Signal



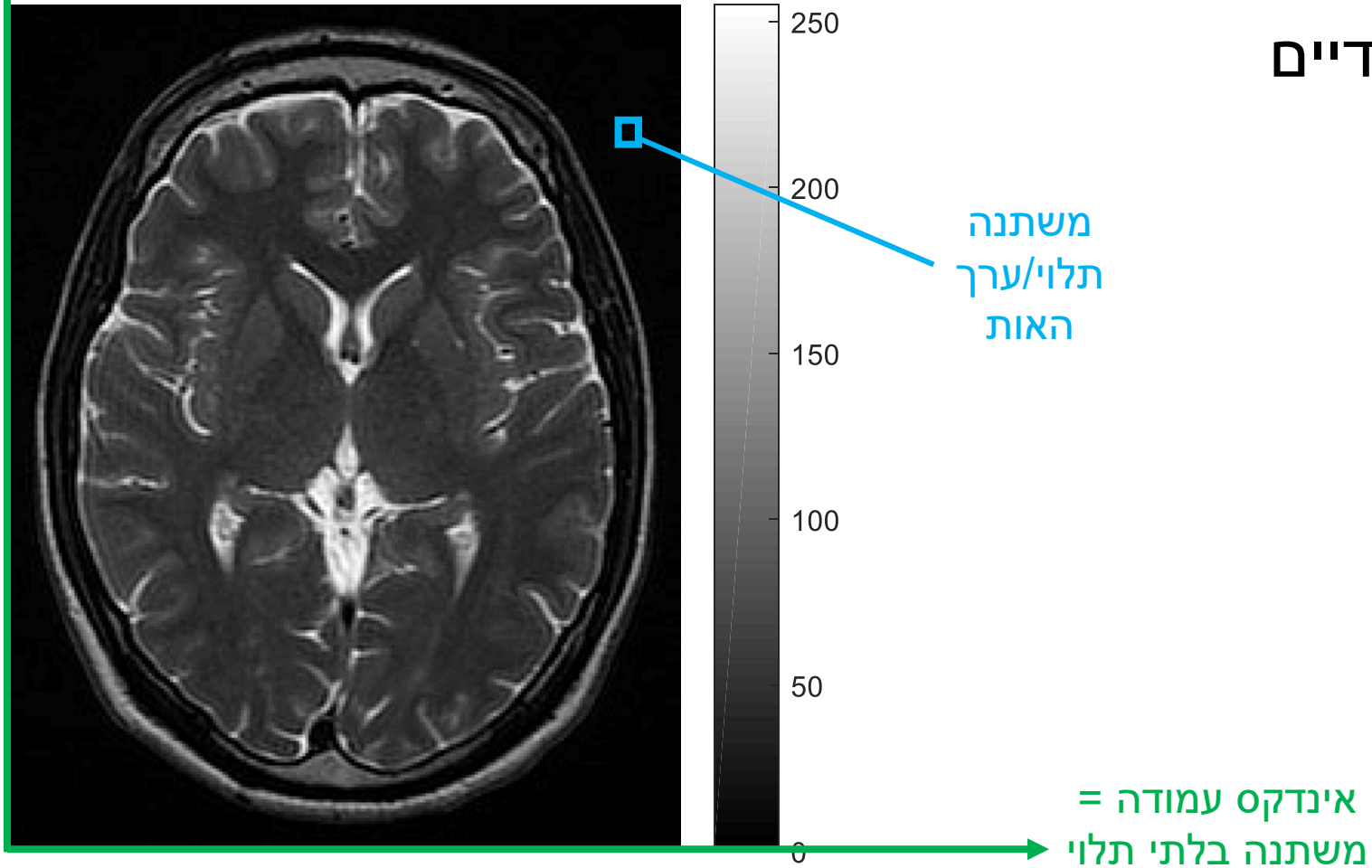
- ערך האות בכל פקסל נקרא רמת אפור.

- בתמונות צבע ישנם 3 ערוצים בכל פיקסל המתארים את עוצמת הצבעים R-G-B.

אותות דו-מימדיים כפונקציות

אינדקס שורה =
משתנה בלתי תלוי
שני

2D MRI Signal

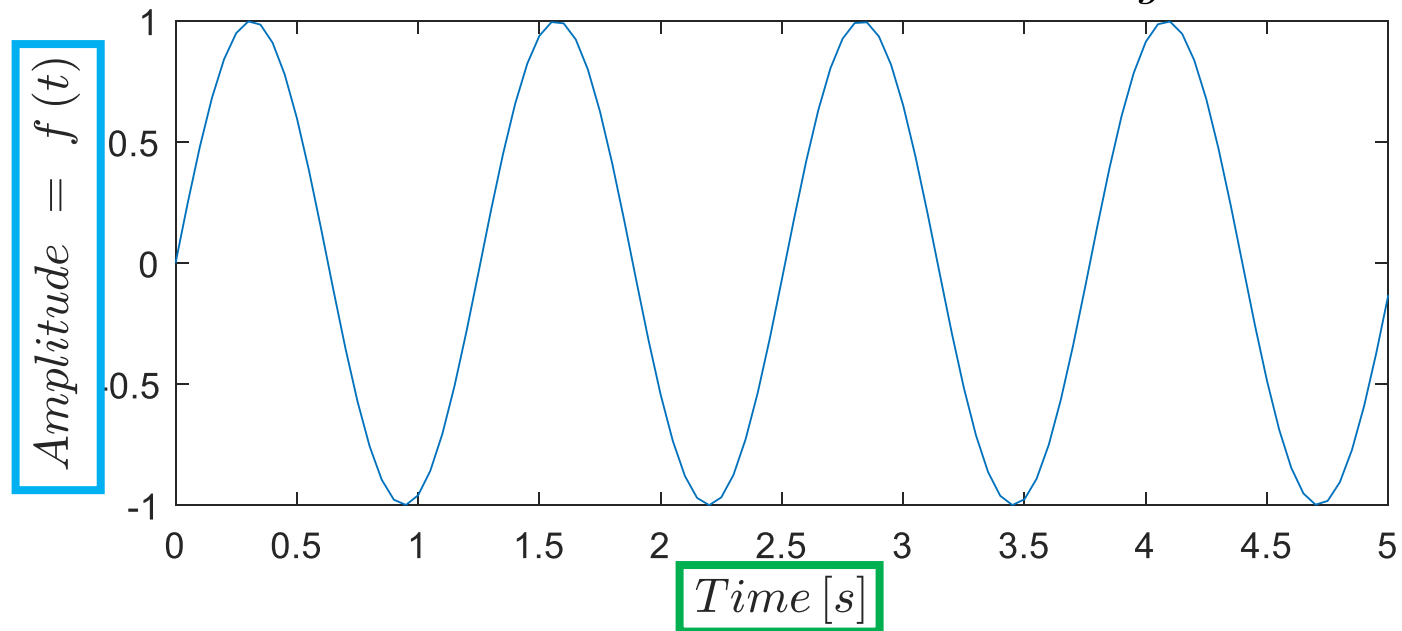


- אותות דו-מימדיים כפונקציה:

סיווג אותות לתתי-קטגוריות

- אפשר לסווג אותות ל-4 תתי-קטגוריות לפי סוג הערכים שמקבלים המשתנים הבלתי-תלויים והמשתנה התלוי. נדגים זאת בחד-מימד.
- סוג 1: משתנה בלתי תלוי רציף ומשתנה תלוי רציף:

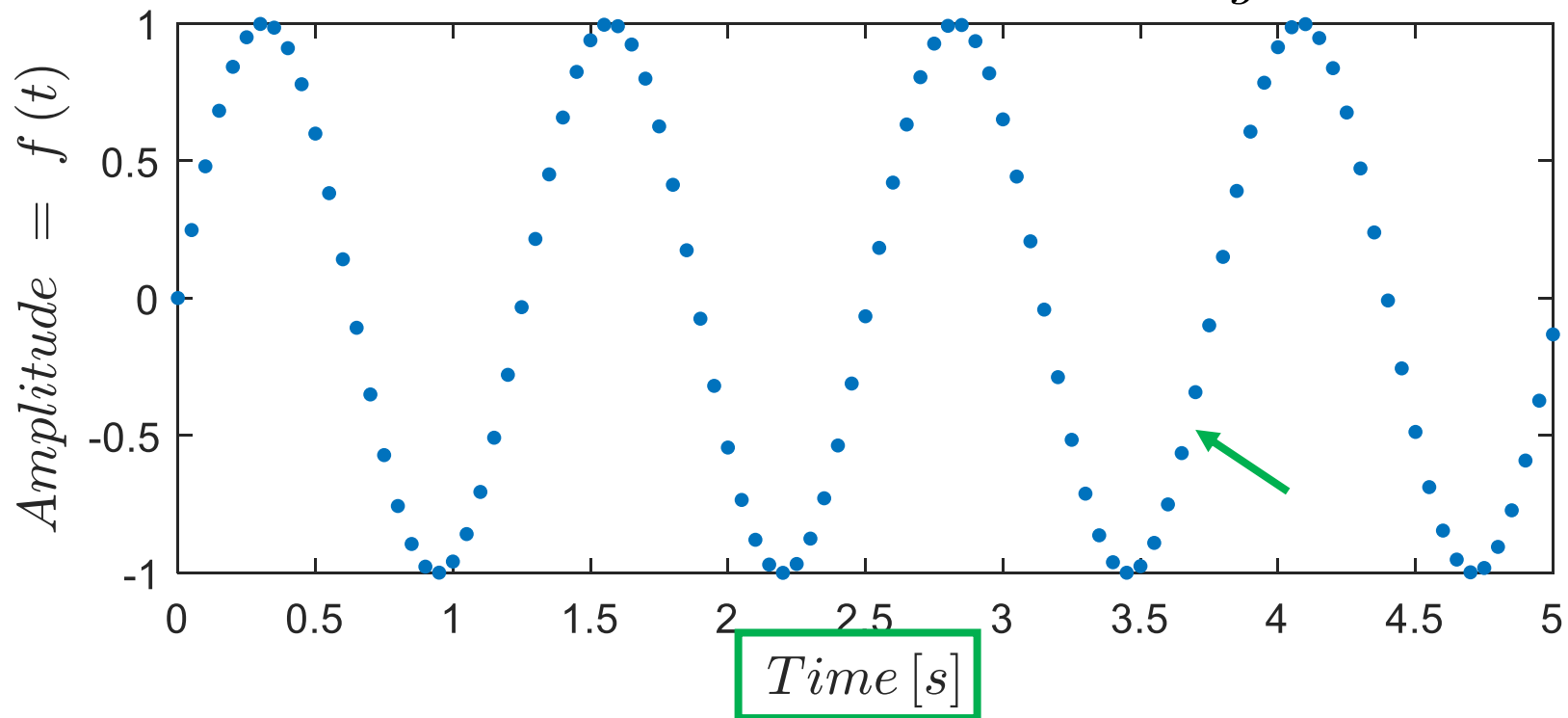
1D Continuous Time Continuous Signal



סיווג אותות לתתי-קטגוריות

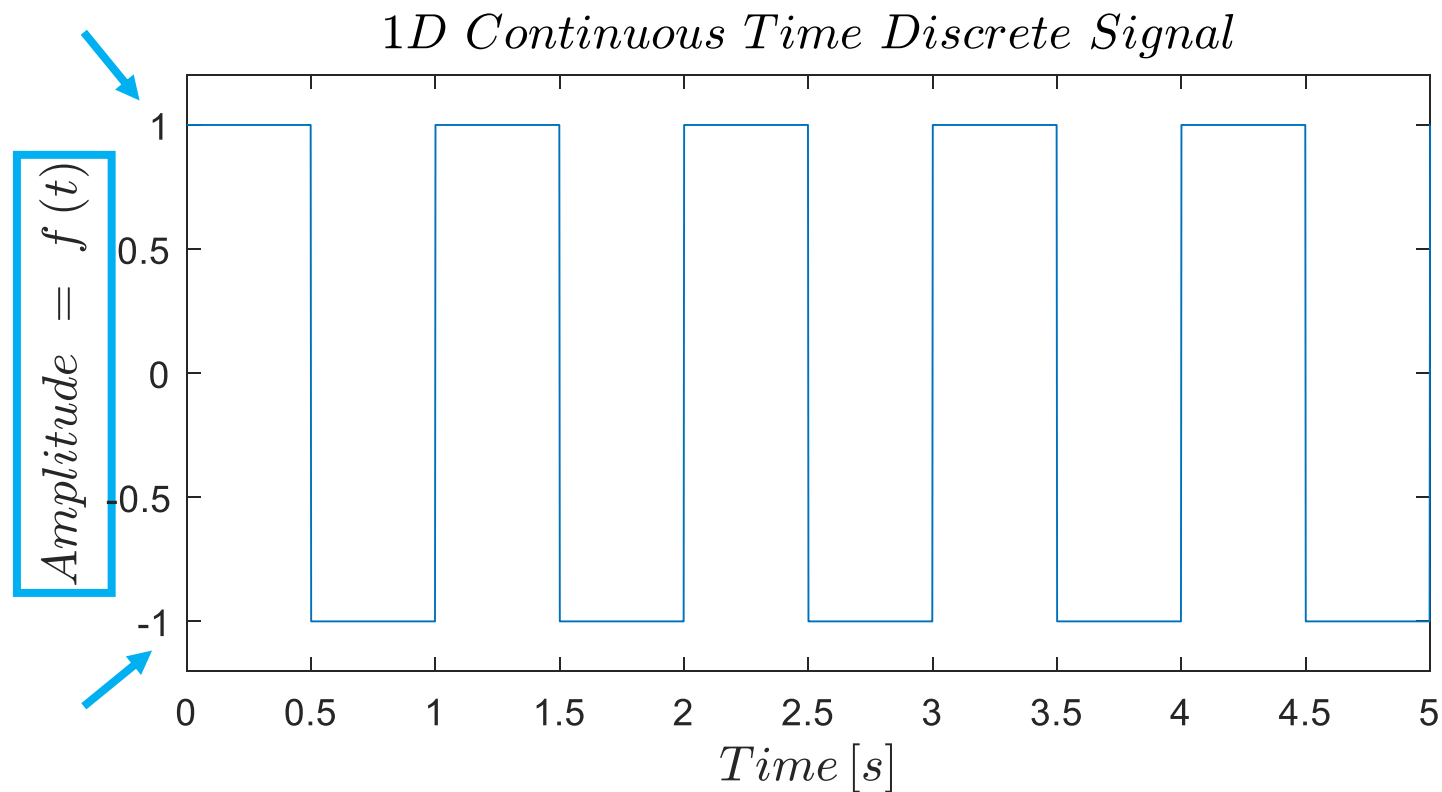
- סוג 2: משתנה בלתי תלוי בדיד ומשתנה תלוי רציף:

1D Discrete Time Continuous Signal



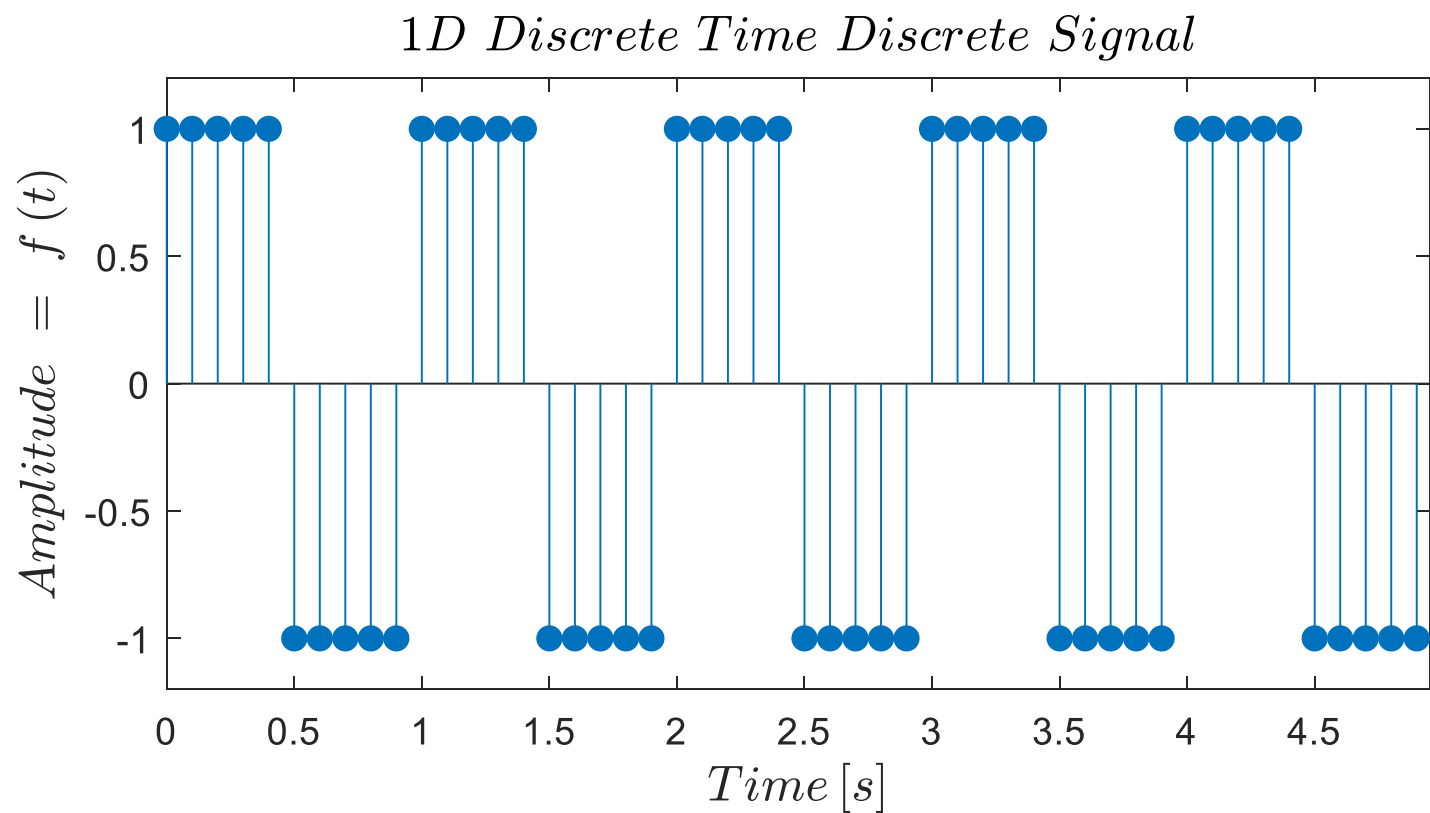
סיווג אותות לתתי-קטגוריות

- סוג 3: משתנה בלתי תלוי רציף ומשתנה תלוי בדיד:



סיווג אותות לתתי-קטגוריות

- סוג 4: משתנה **בלתי תלוי** בדיד ומשתנה **תלוי** בדיד:



אותות מסוג
זה ניתן לעבוד
במחשב!

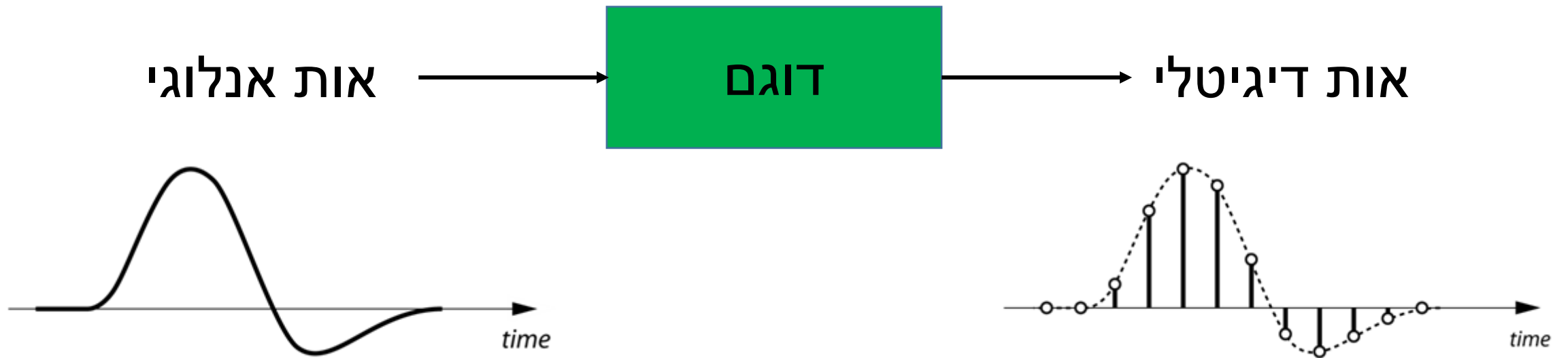
סיכום סוגי אותות

בלתי תלוי תלוי	בדיד	רציף
בדיד	אות דיגיטלי	מצב ביניים
רציף	מצב ביניים	אות אנלוגי

אותות שניתן לעבד במחשב.

דוגם / Analog-To-Digital Converter

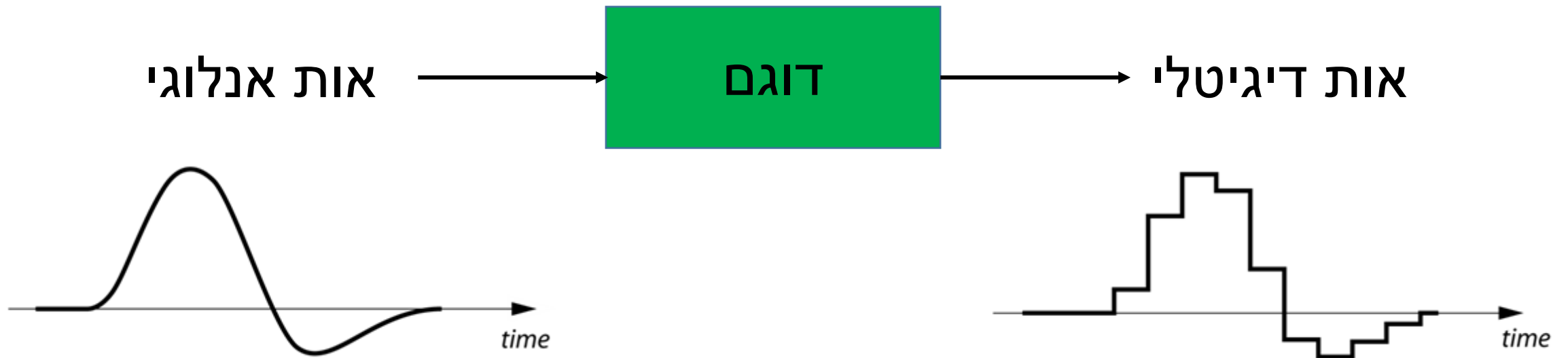
- כדי לייצג אות אנלוגי במחשב צריך להמיר אותו לאות דיגיטלי על ידי תהליך המכונה "דגימה".



- שאלה: האם האיור לעיל מייצג נאמנה את האות במחשב?

דוגם / Analog-To-Digital Converter

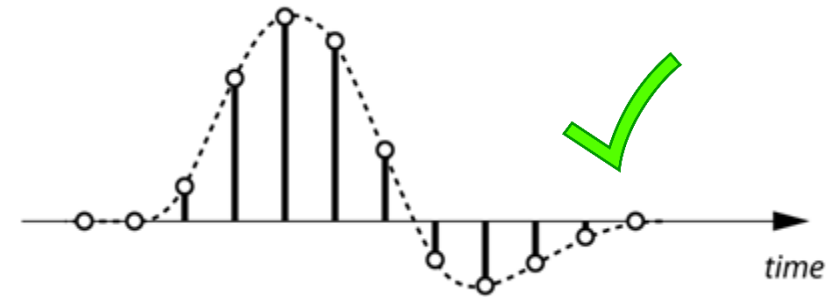
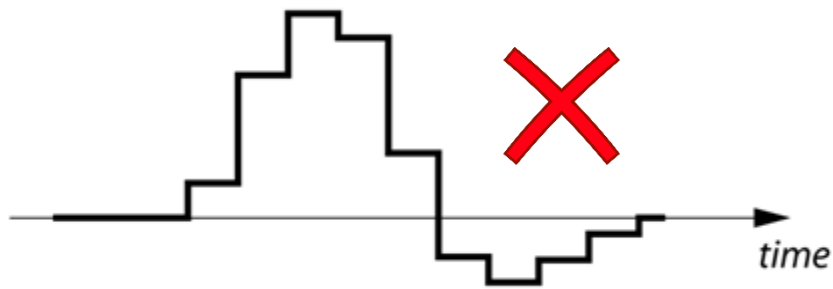
- תיאור יותר מדויק של המוצא:



- עם המחשוב שיש היום הקפיצות נעשו כל כך קטנות שהפרש הוא זניח.

דוגם / Analog-To-Digital Converter

- נניח שהדגימה באמפליטודה היא זניחה, ונתמקד בדגימה בזמן/מרחב.



- כאשר אנחנו דוגמים חלק מהאינפורמציה הולך לאיבוד.
- שאלה: מה הוא המרווח המינמלי הנדרש בין שתי דגימות בציר הזמן?

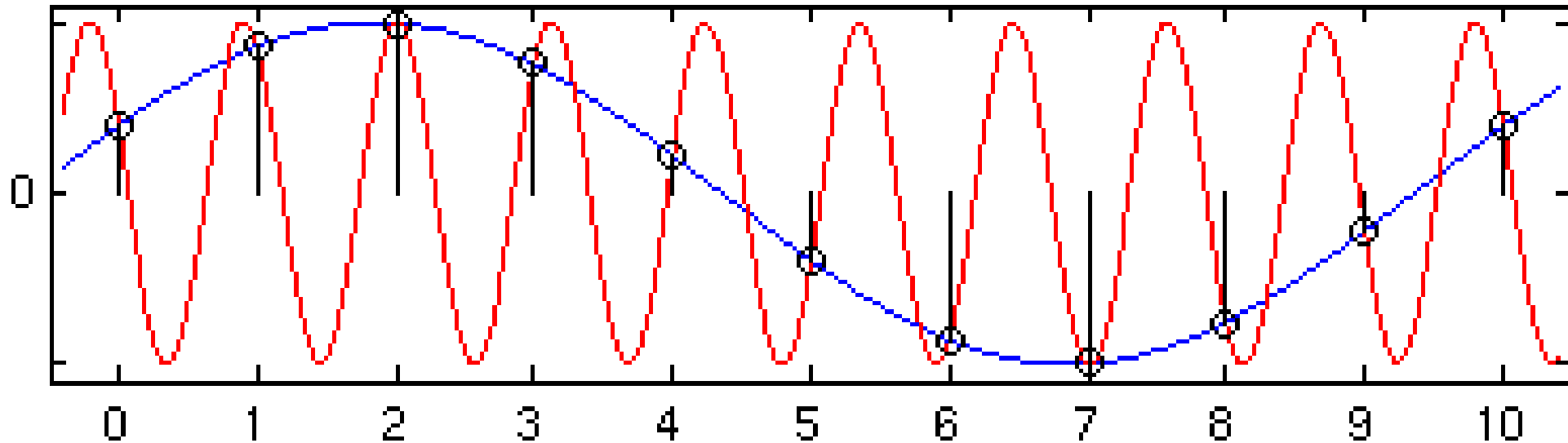
מה היא כמות הדגימות המינמלית הנדרשת?

• שאלה: מה יקרה אם נקח מעט מדי דגימות?



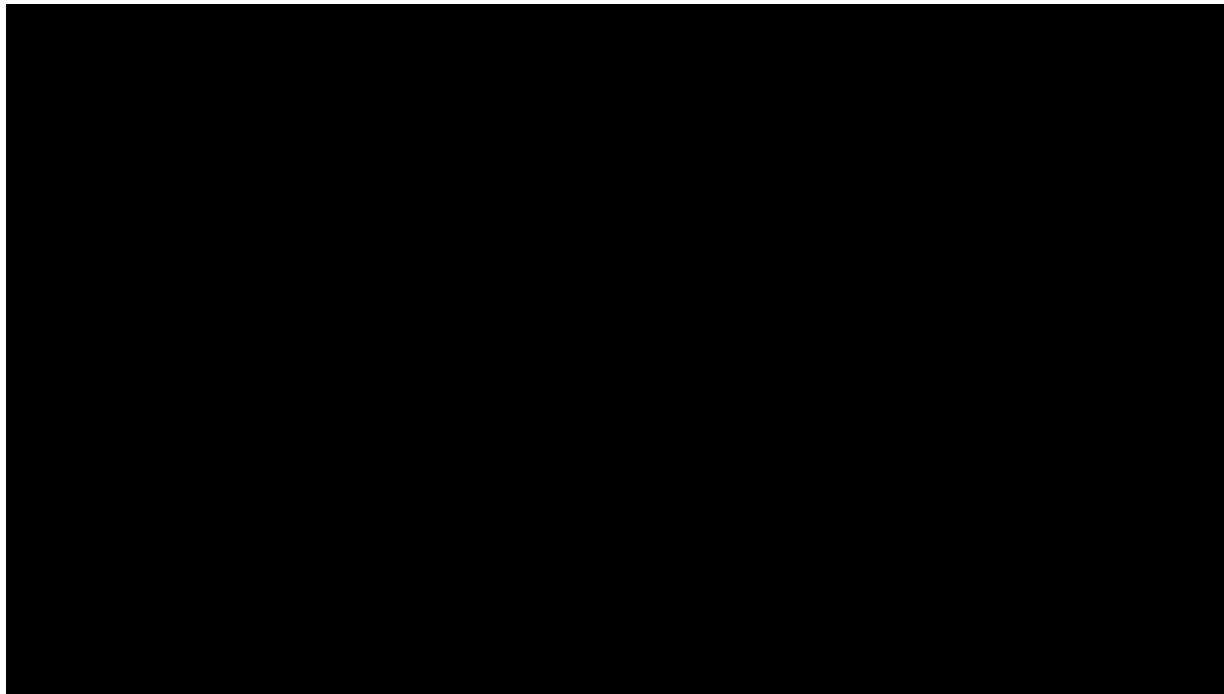
• תשובה: קצב נמוך מדי יכול לגרום לתופעת ההתחזות/Aliasing!

• דגימה של אות סינוס:



תופעת ה-Aliasing

• איפה רואים את התופעה בחיי היום-יום?



תופעת ה-Aliasing

- איפה רואים את התופעה בחיי היום-יום?



תופעת ה-Aliasing

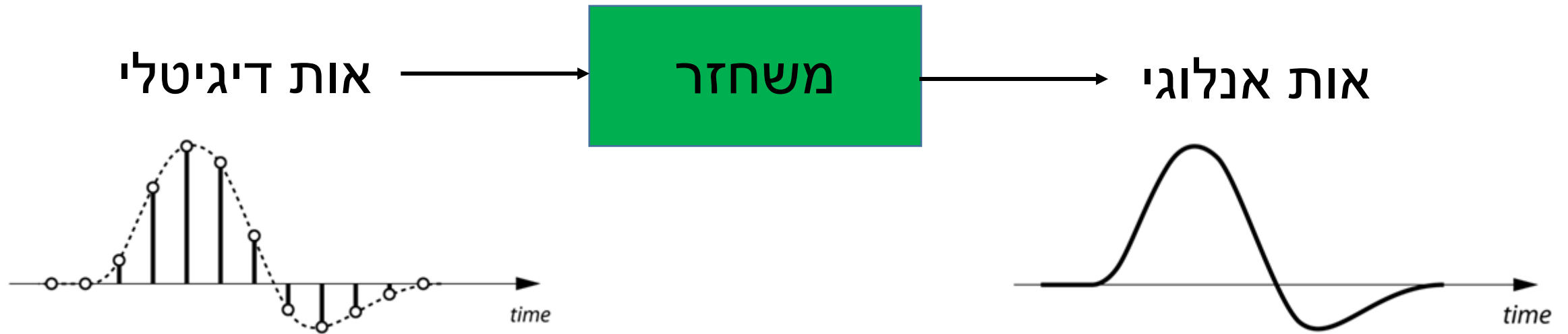
- ובכן, איך נדע מה התדר המינימלי שצריך לדגום בו על מנת שנמנע מתופעת ה-Aliasing?
- תשובה בפרק הבא.
- שאלה: למה לנו מלכתחילה לסבך את החיים ולדגום את האות?



- תשובה: קל יותר לעבד אותות במחשב! (למשל ב-Python/Matlab)
- שאלה: איך נחזור למישור האנלוגי לאחר העיבוד?

חזרה למישור האנלוגי

- ניתן להחזיר אותו להיות אנלוגי ע"י רכיב Digital-to-Analog Converter:



- זהו רכיב שמבצע תהליך "אינטרפולציה" / "מחבר" את הנקודות בחזרה.

מה בתכנית?

- **אותות ומערכות**

- ✓ סוגים של אותות

- ✓ קוונטיזציה/דגימה

- **ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה**

- מסננים דיגיטלים

- **שיערוך סטטיסטי**

- שיערוך ממדידות רועשות

- שימושים של פונקצית הקורלציה

- התמרות משולבות של זמן-תדר

- דוגמה מסכמת

ייצוג במישור התדר

- כדי להבין איך למנוע את תופעת ה-Aliasing נרצה לייצג את האות במישור שנקרא **מישור התדר**.
- כלומר, נרצה לפרק את האות לסכום של סינוסים/קוסינוסים עם תדירויות שונות.
- ניתן לבצע זאת ע"י התמרה מתמטית הנקראת **התמרת פורייה**.
- הייצוג במישור התדר מקל על ההבנה של האות, ומאפשר במקרים רבים ניתוח אינטואיטיבי של אותות מורכבים.

התמרת פורייה: דוגמא עבור אות **חד-מימדי**

• הנוסחה המתמטית שמתארת את ההתמרה נתונה ע"י:

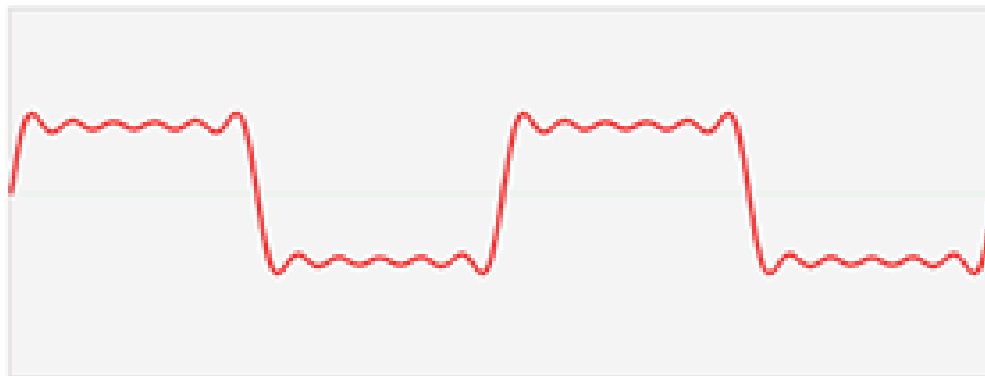
$$\hat{f}(\psi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-2\pi i t \psi} dt$$

• שאלה: איך זה שקול לפירוק לסכום קוסינוסים וסינוסים?

$$e^{it} = \cos(t) + i \sin(t)$$

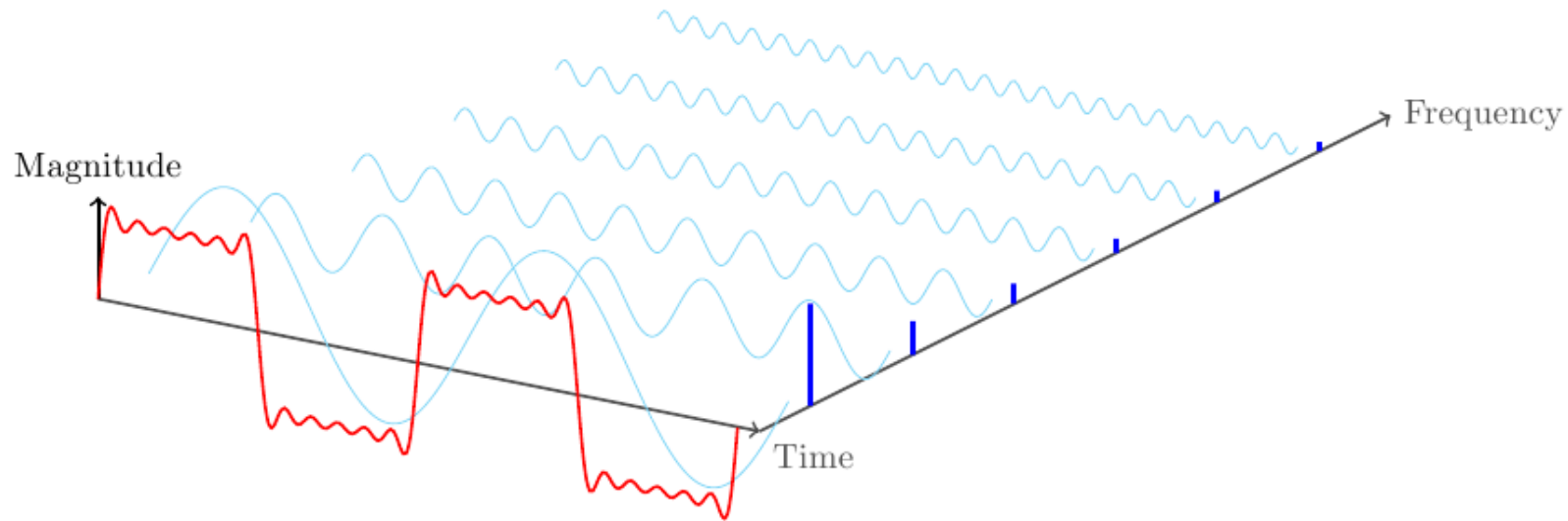
התמרת פורייה: דוגמא עבור אות **חד**-מימדי

- פירוק לסכום של סינוסים/קוסינוסים:



ייצוג במישור התדר

- הייצוג במישור התדר הוא שקול לייצוג במישור הזמן.

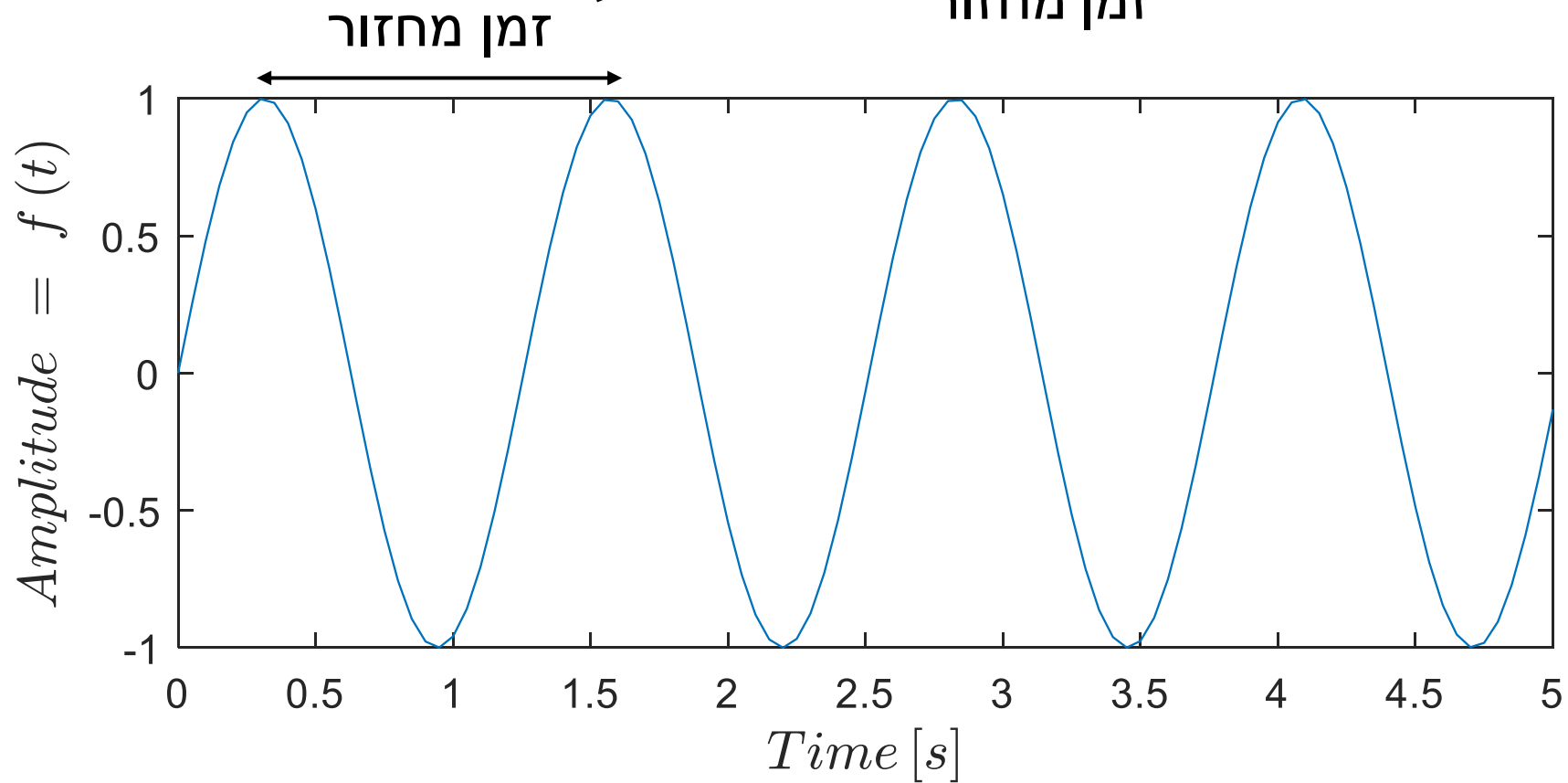


- בין היתר, ההתמרה מאפשרת לנו לנתח את קצב הדגימה המינימלי.

תדר של סינוס

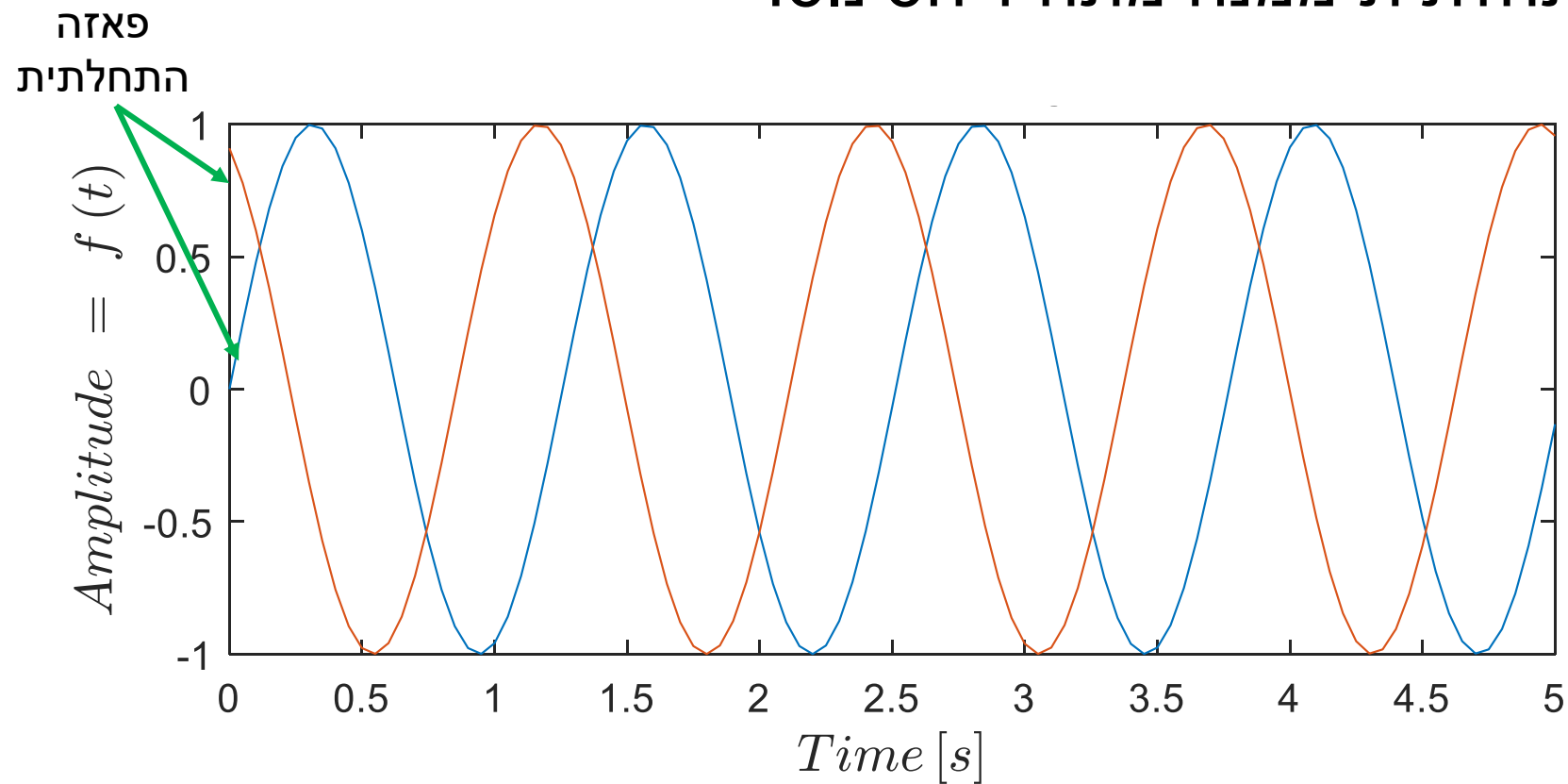
• תדר של סינוס:

$$\text{תדר} = \frac{1}{\text{זמן מחזור}}$$



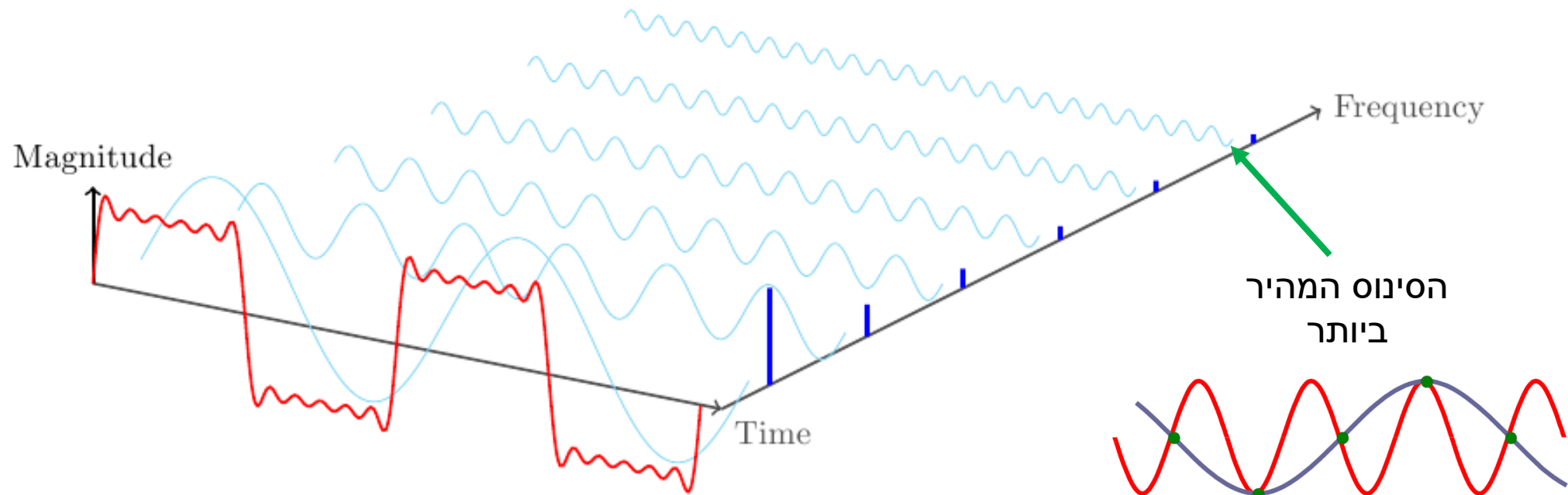
פאזה של סינוס

- פאזה התחלתית ממנה מתחיל הסינוס:



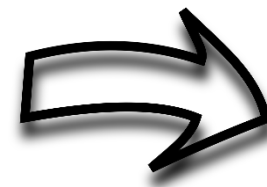
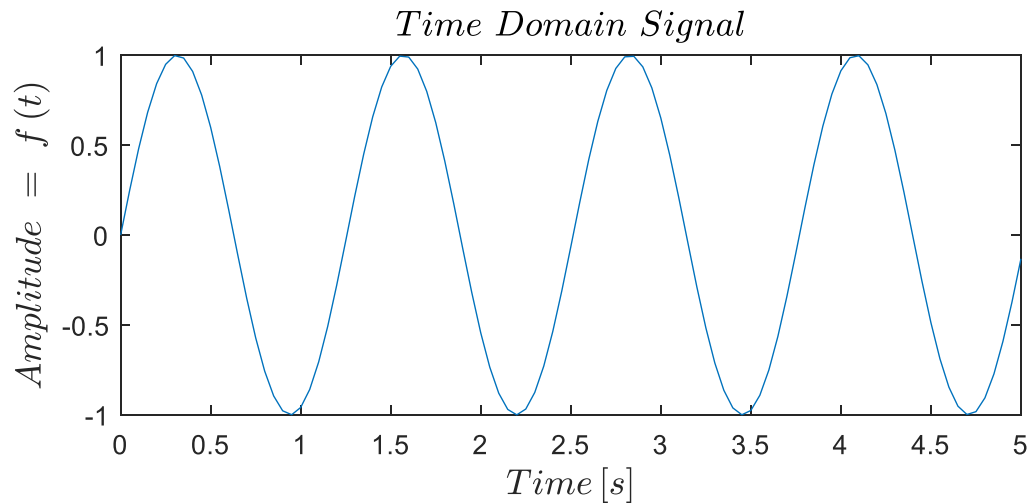
תדר נייקויסט/Nyquist

- משפט נייקויסט: עבור אותות "חסומי-סרט" אם מתקיים שתדר הדגימה הוא פי שתיים מתדר הסינוס המהיר ביותר באות, ניתן לשחזר את האות מהדגימות שלו באופן מושלם.

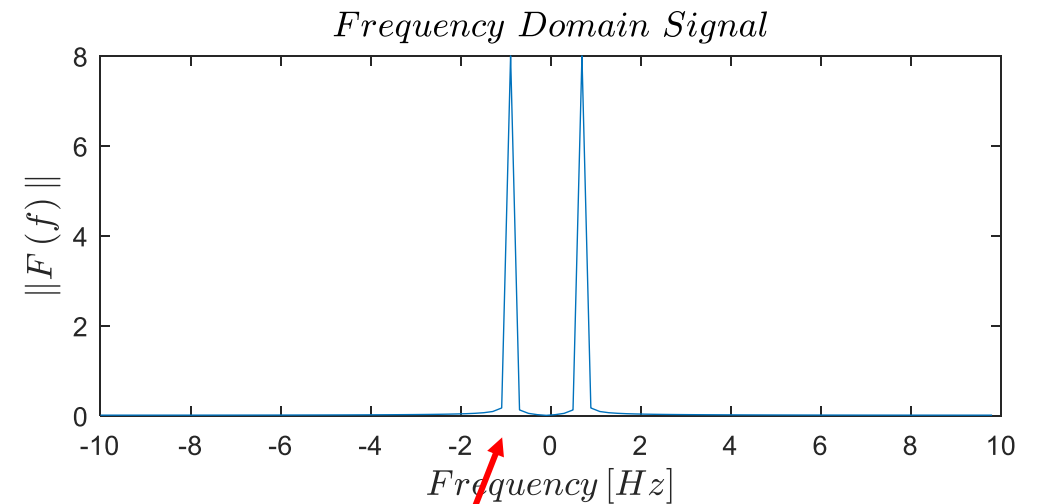


ייצוג במישור התדר: דוגמא 1:

• אות סינוס חד-מימדי:



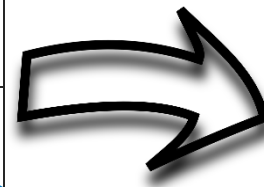
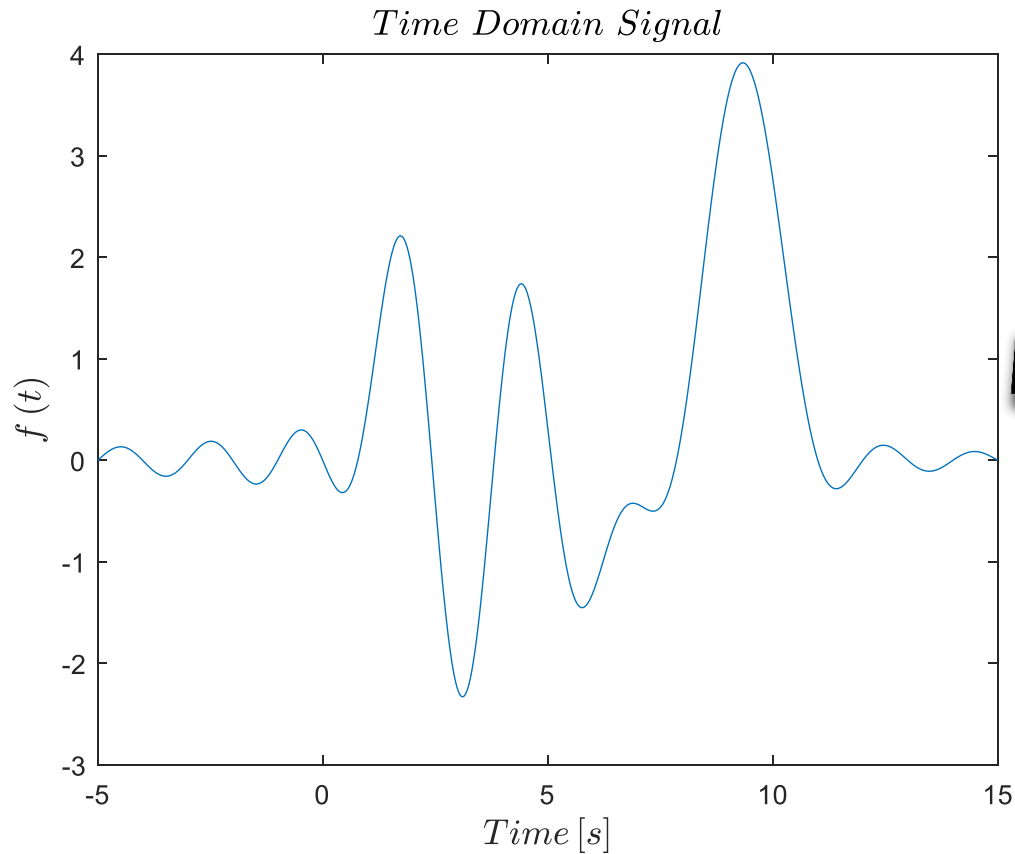
התמרת
פורייה



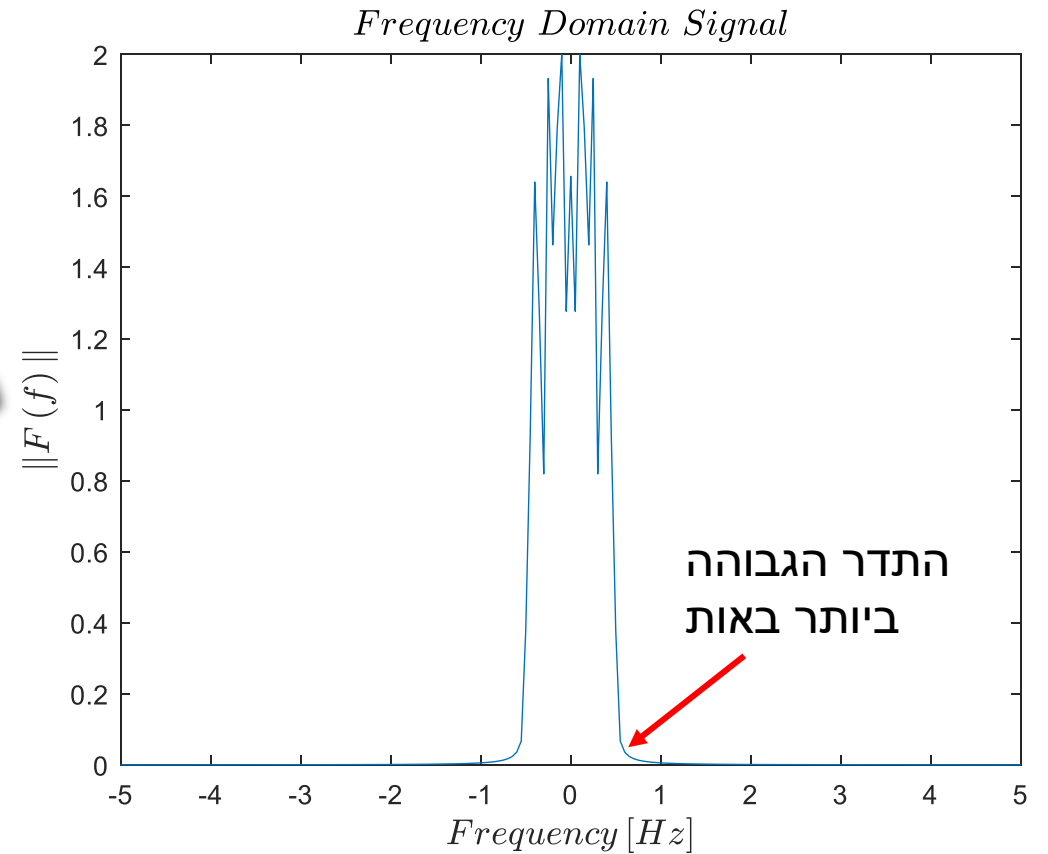
התיאור הופך
להיות "קומפקטי"
במישור התדר

ייצוג במישור התדר: דוגמא 2:

• אות "מורכב" חד-מימדי:

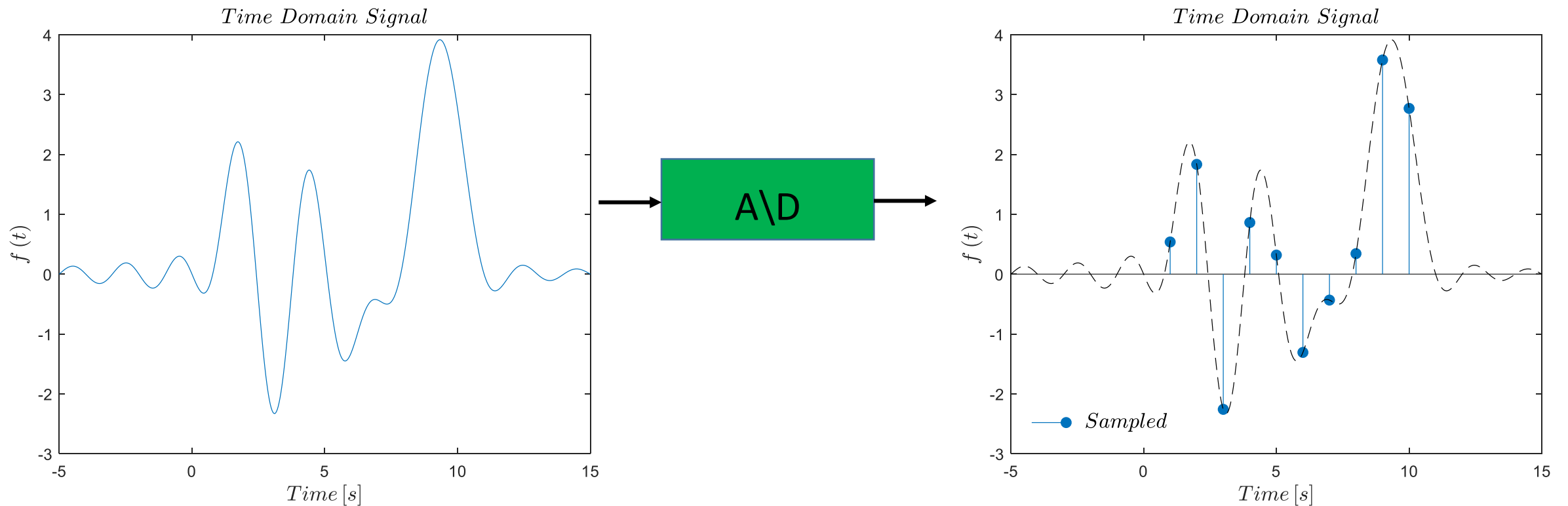


התמרת
פורייה



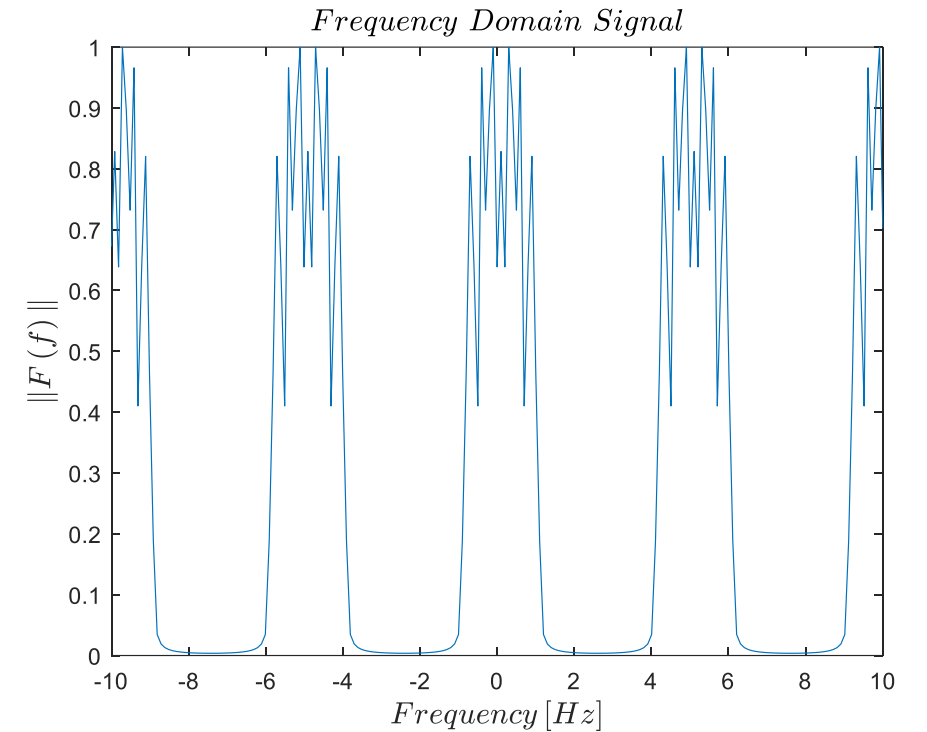
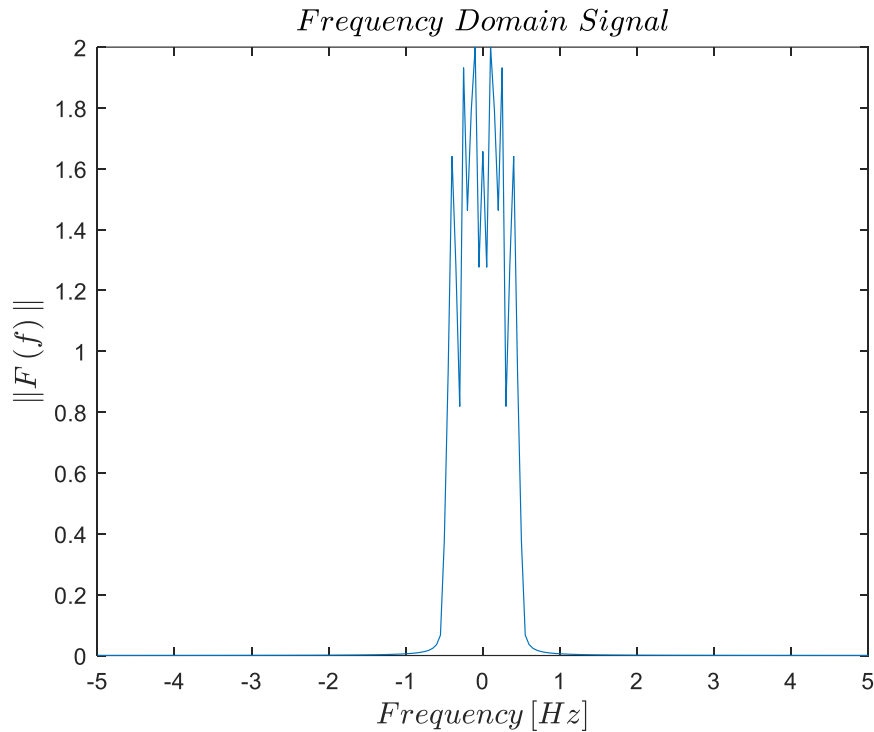
משפט נייקויסט במישור התדר

• דגימה במישור הזמן = שכפולים במישור התדר:




משפט נייקויסט במישור התדר

• דגימה במישור הזמן = שכפולים במישור התדר:

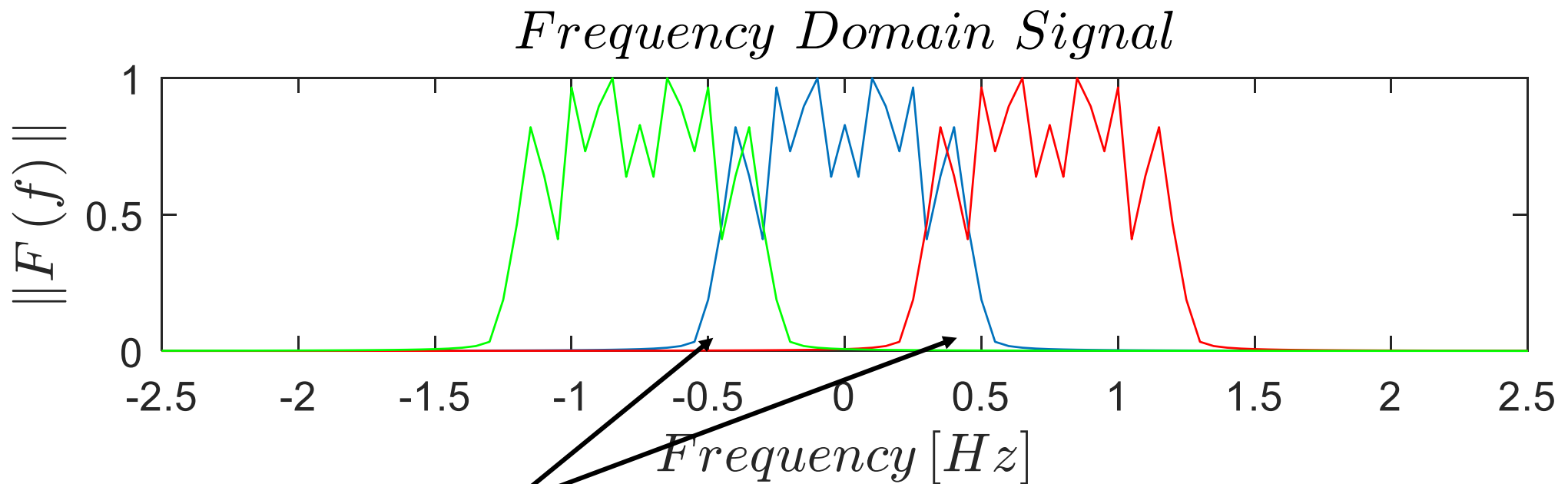


מרחק הזזה =
תדר הדגימה



משפט נייקויסט במישור התדר

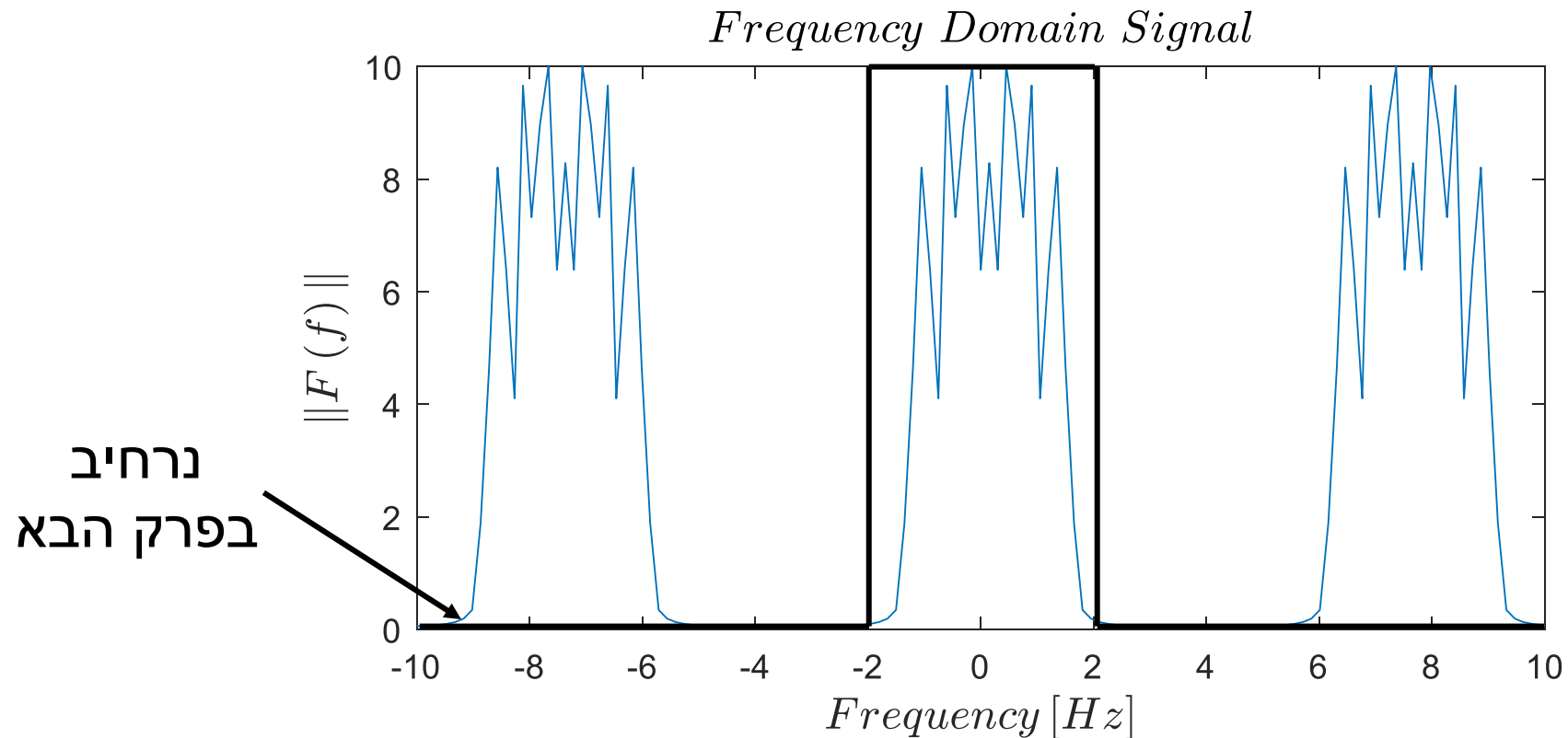
• תופעת ה-Aliasing = השכפולים עולים אחד על השני:



אזורים בהם לא ניתן
לשחזר את האות

שחזור במישור התדר

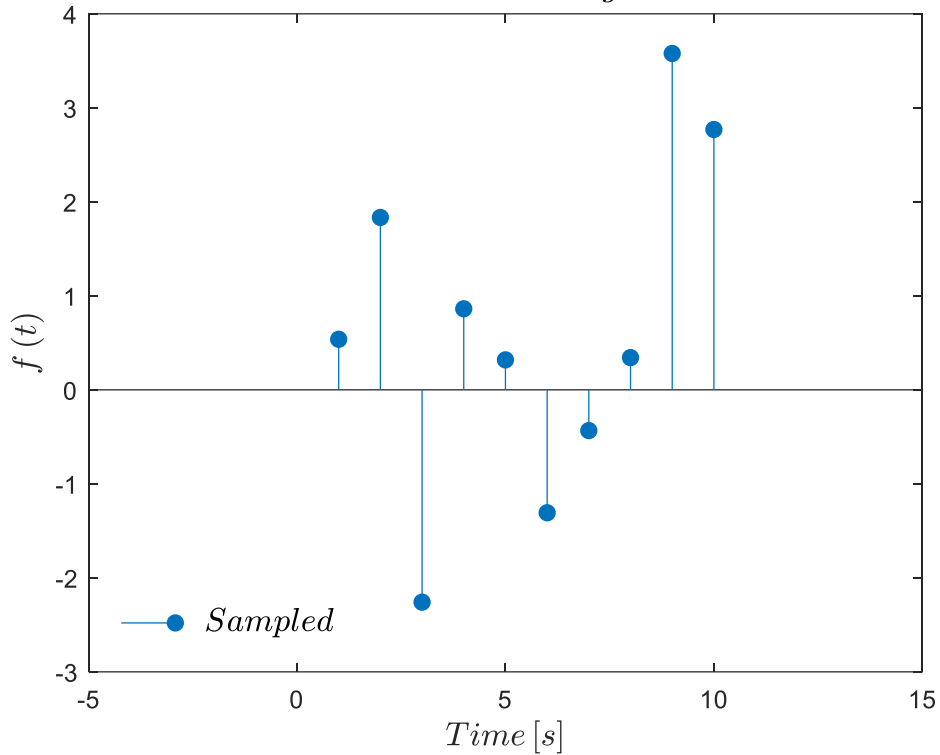
- איך נשחזר במקרה של דגימה בתדר מספיק גבוהה?



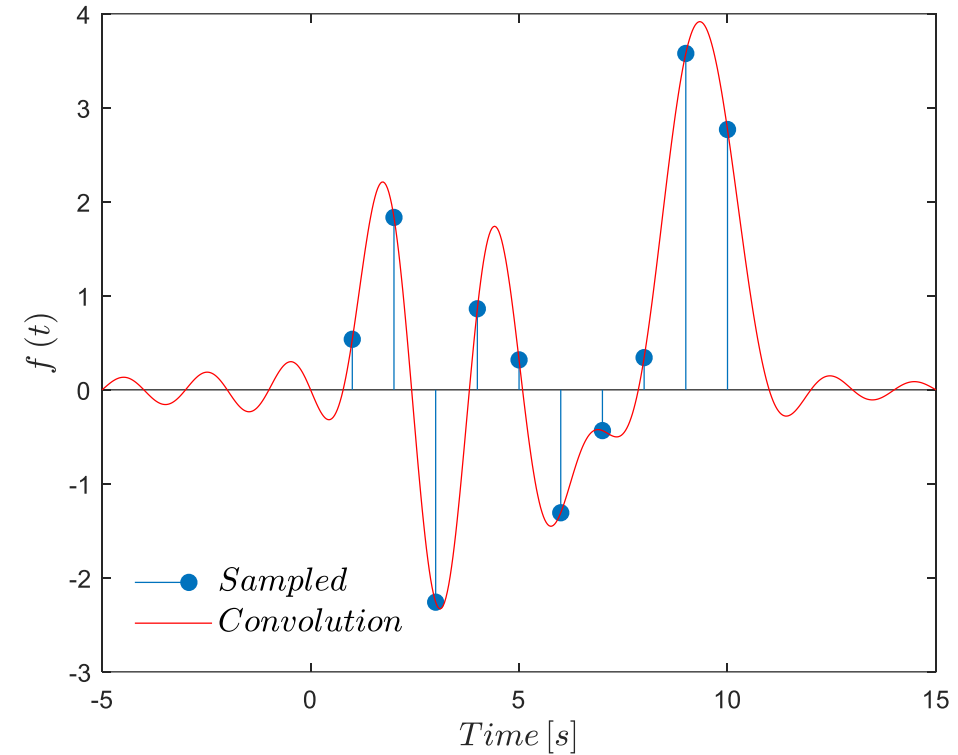
כפל בתדר = קונבולוציה בזמן

- באופן שקול ניתן לשחזר את האות על ידי קונבולוציה עם המסנן בזמן:

Time Domain Signal

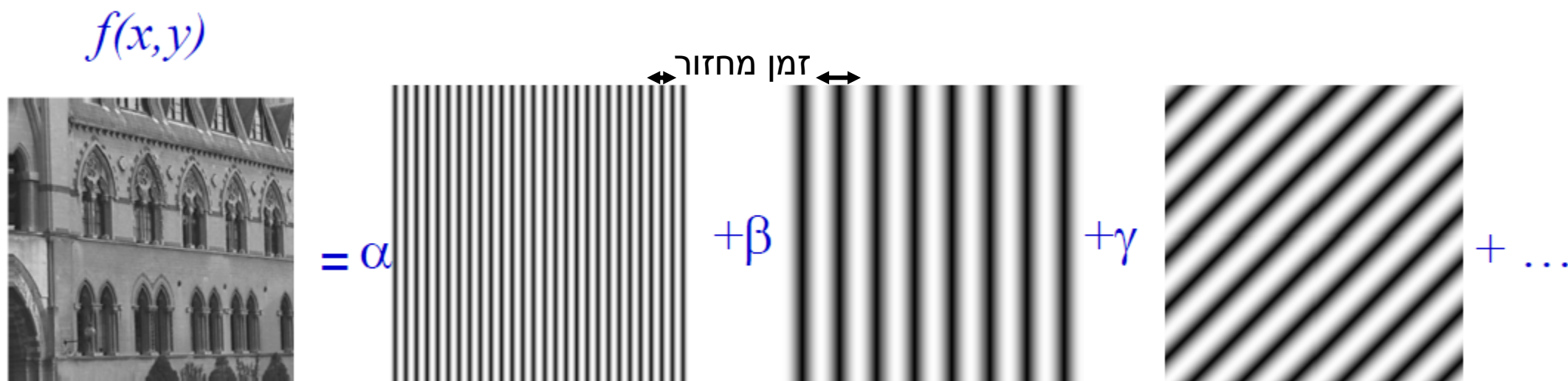


Convolution Result



התמרת פורייה עבור אות דו-מימדי

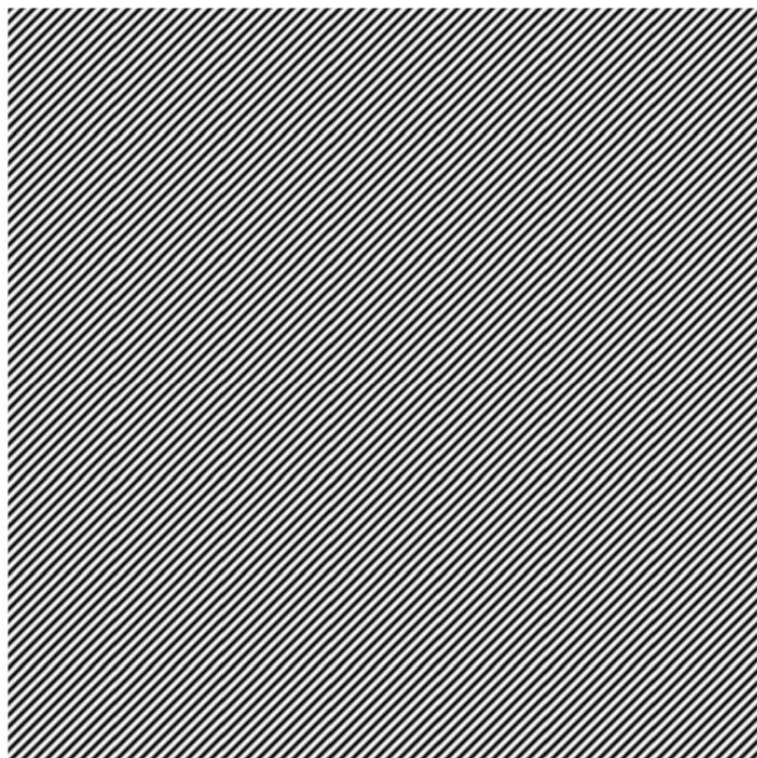
- ניתן לפרק תמונות לסכום של סינוסים/קוסינוסים בדו-מימד:



- במקרה הזה המשמעות של זמן מחזור היא המרחק בין שני "קווים לבנים", והתדר הנידון הוא מרחבי ולא זמני.

התמרת פורייה עבור אות דו-מימדי

• תדר מרחבי:



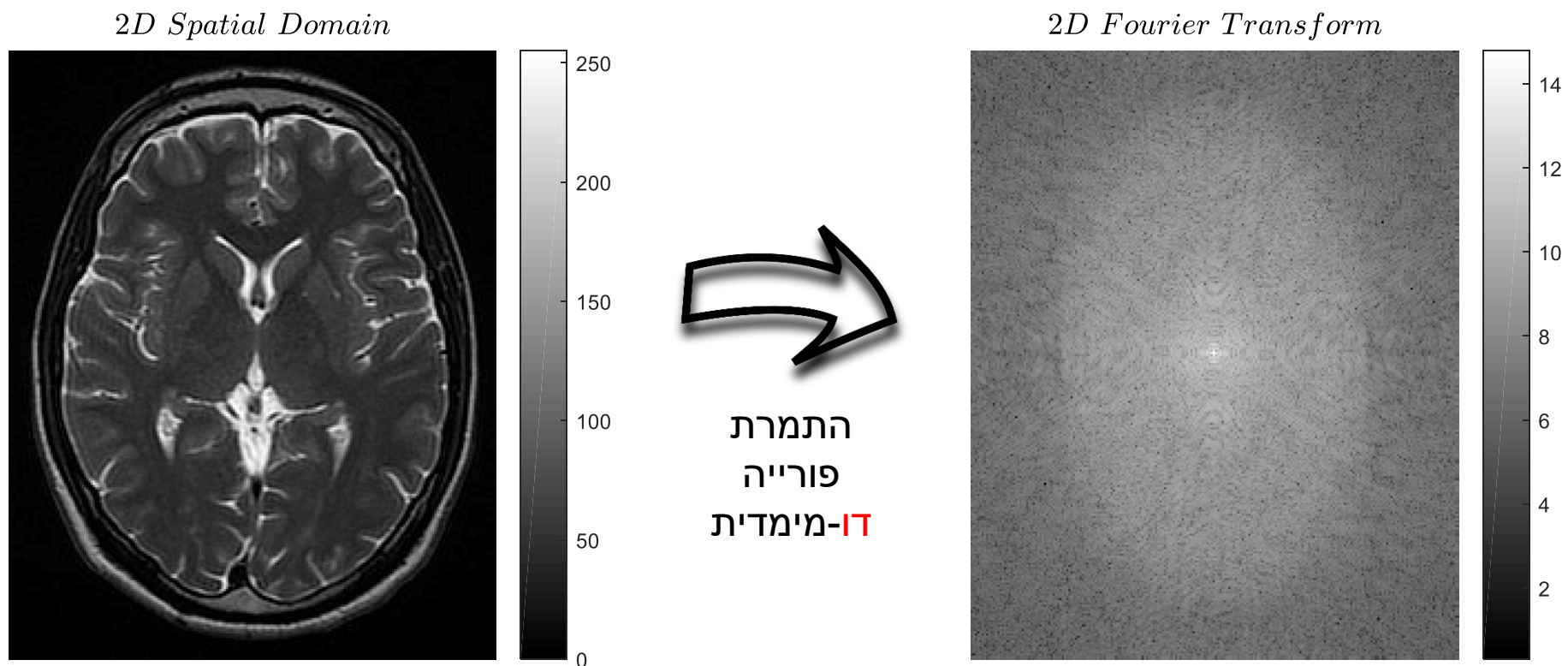
תדר מרחבי
גבוהה



תדר מרחבי
נמוך

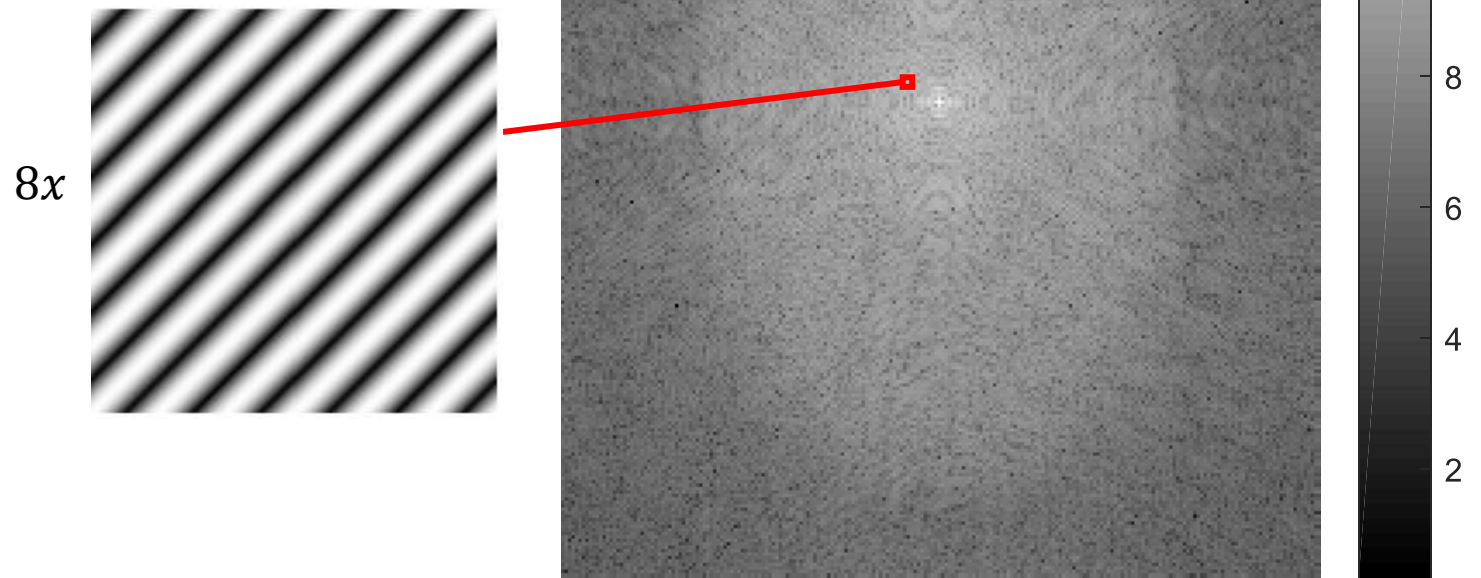
ייצוג במישור התדר המרחבי: דוגמא:

- התמרת פורייה 2D-מימדית של תמונת MRI:



מקדמי ההתמרה ב δ -מימד:

2D Fourier Transform



- רמת האפור = ערך המקדם של הסינוס/הקוסינוס המתאים.

מה בתכנית?

- **אותות ומערכות**

- ✓ סוגים של אותות

- ✓ קוונטיזציה/דגימה

- ✓ ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה

- **מסננים דיגיטלים**

- **שיערוך סטטיסטי**

- שיערוך ממדידות רועשות

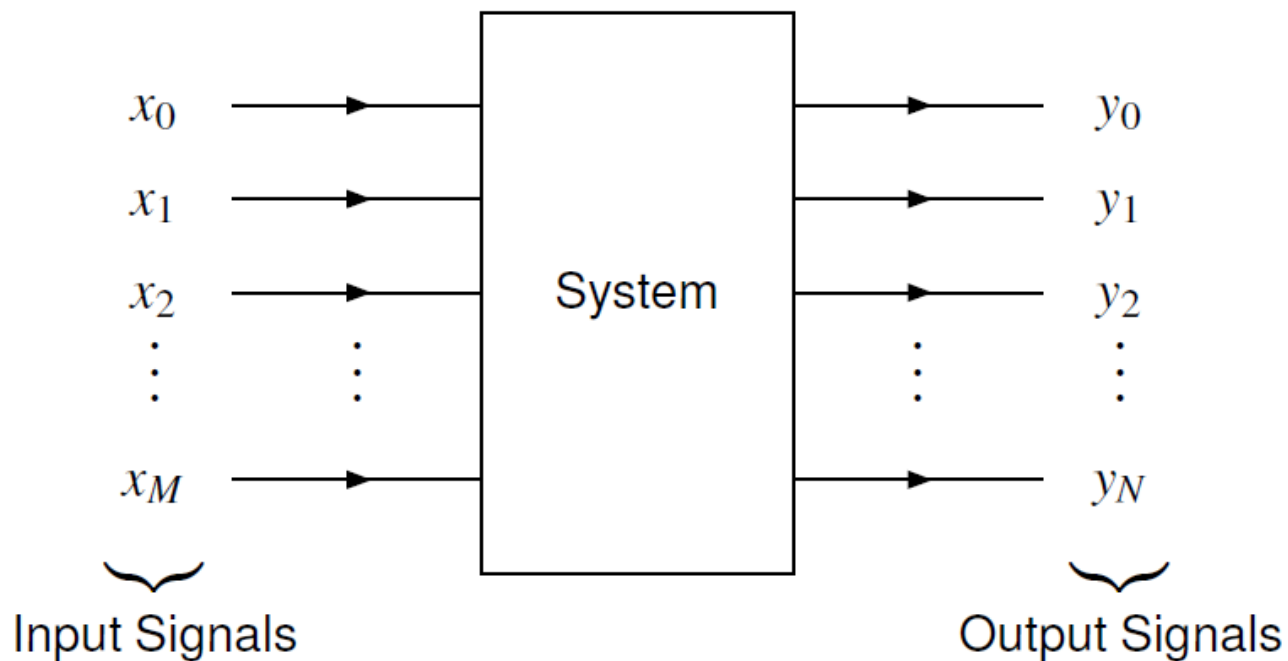
- שימושים של פונקצית הקורלציה

- התמרות משולבות של זמן-תדר

- דוגמה מסכמת

מה היא מערכת?

- מערכת: סט של פעולות (בד"כ מודל מתמטי) אשר מגדיר את הקשר בין היציאה לכניסה.
- מערכת יכולה להכיל מספר כניסות ומספר יציאות:

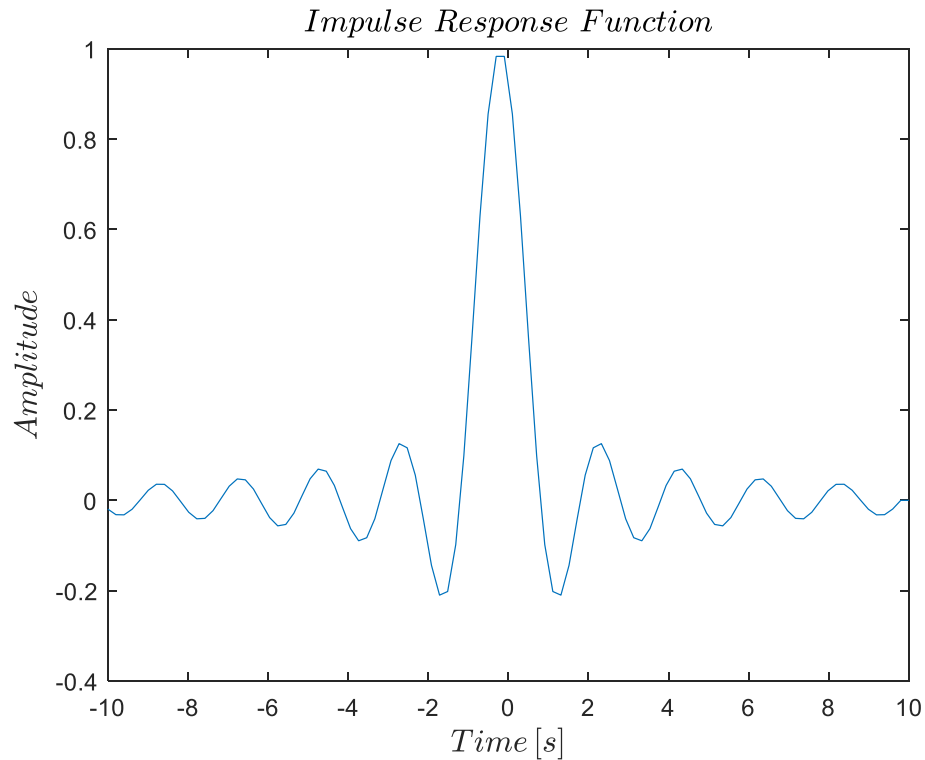


מסננים דיגיטלים

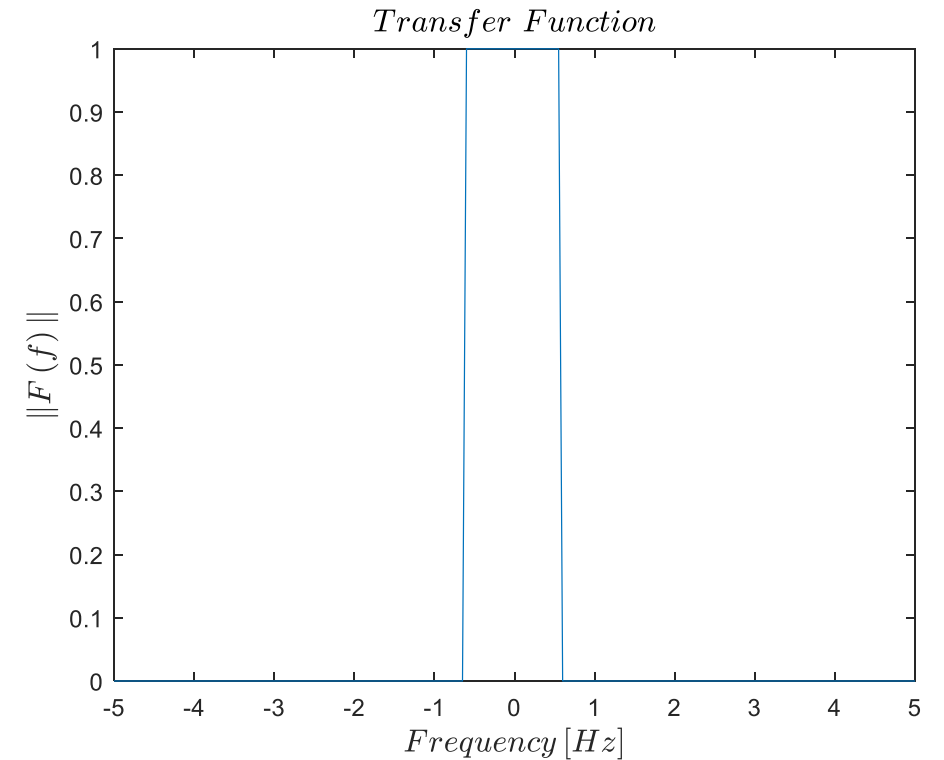
- במקרים רבים נרצה לשנות את התכולה התדרית של האות, למשל להנחית/להגביר תדרים מסויימים.
- תהליך זה של שינוי התכולה התדרית של האות נקרא **סינון/filtering**.
- מערכת שמבצעת תהליך סינון נקראת **מסנן/filter**.
- מסננים סלקטיביים בתדר הם מסננים המעבירים תחום תדרים מסויים כמעט ללא שינוי, תוך כדי הנחתת שאר התדרים משמעותית.
- ישנם שלושה סוגים בסיסיים של מסננים סלקטיביים:
 - מסנן מעביר נמוכים / Low Pass Filter (LPF)
 - מסנן מעביר גבוהים / High Pass Filter (HPF)
 - מסנן מעביר פס / Band Pass Filter (BPF)

מסנן מעביר נמוכים LPF

• זהו המסנן שכבר ראינו:



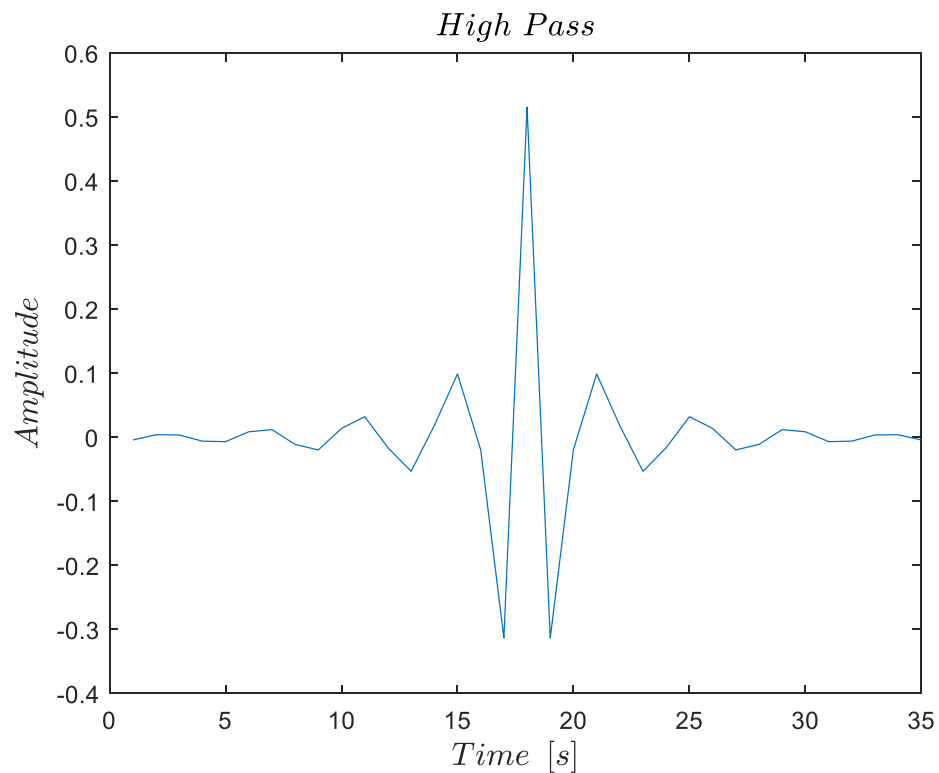
במישור הזמן



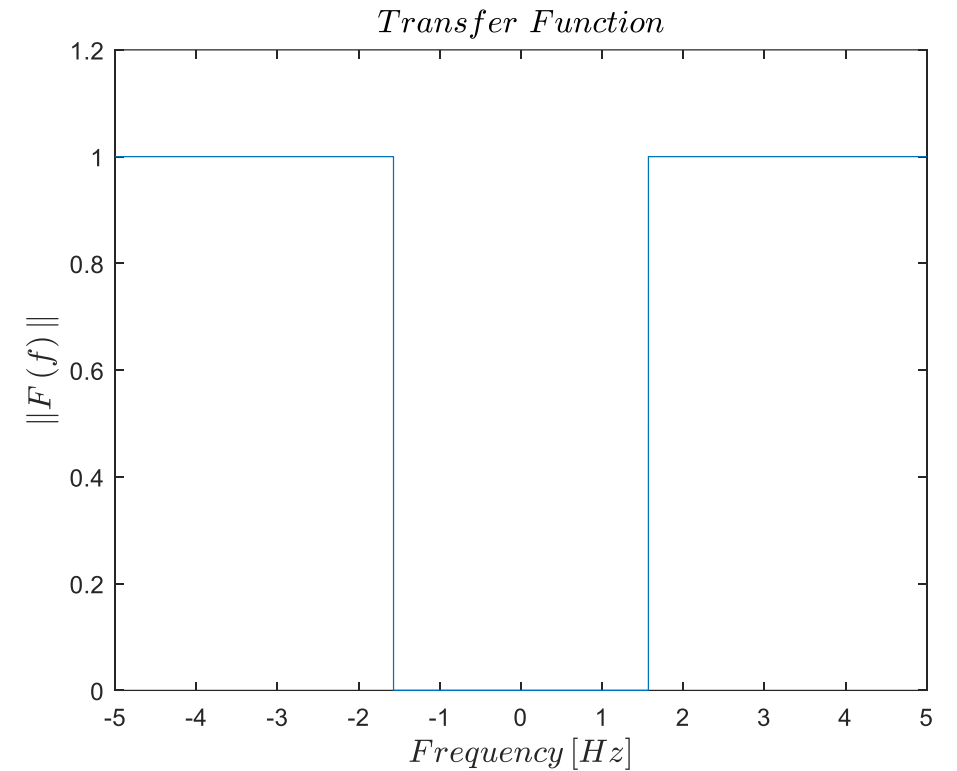
במישור התדר

מסנן מעביר גבוהים HPF

- זהו מסנן שמנחית תדרים נמוכים:

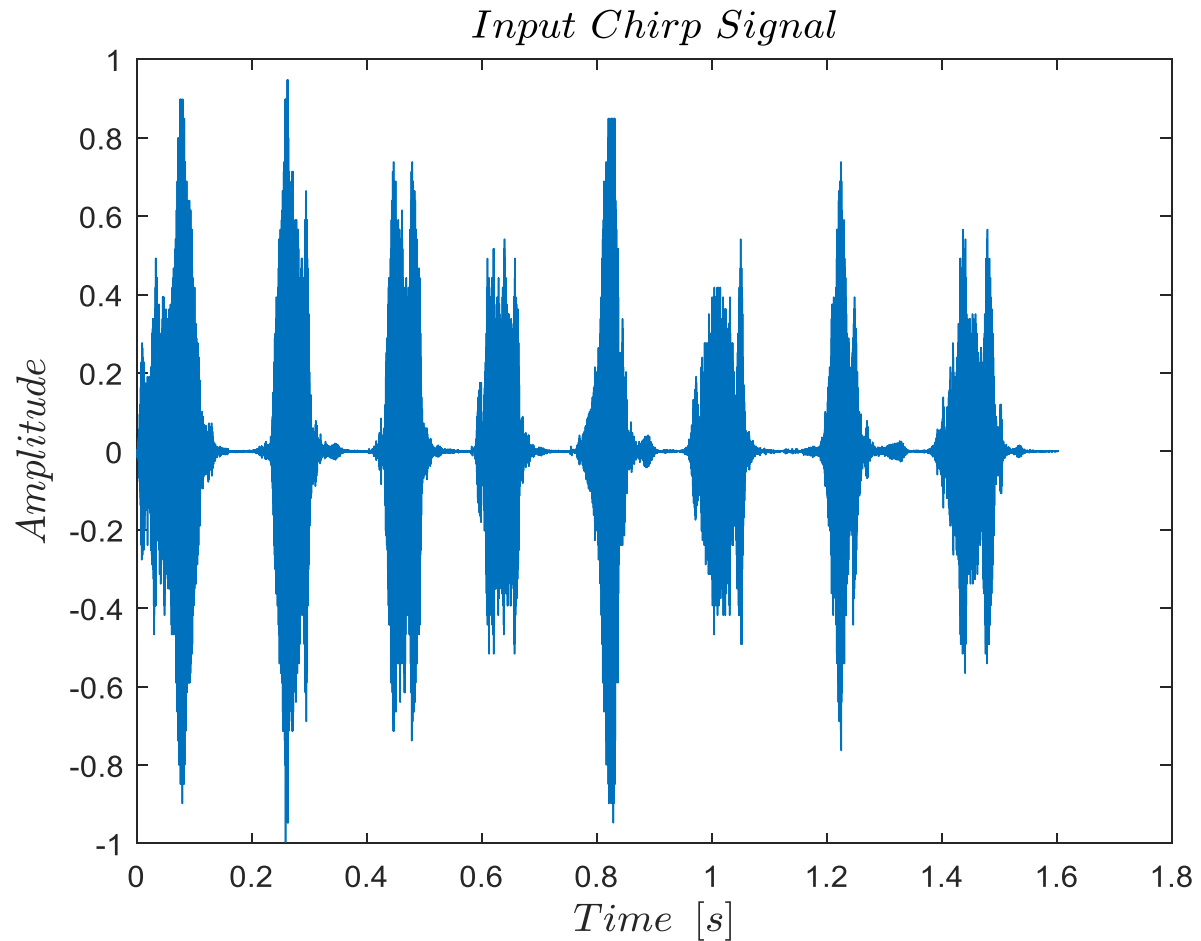


במישור הזמן



במישור התדר

סינון חד-מימדי: דוגמא:

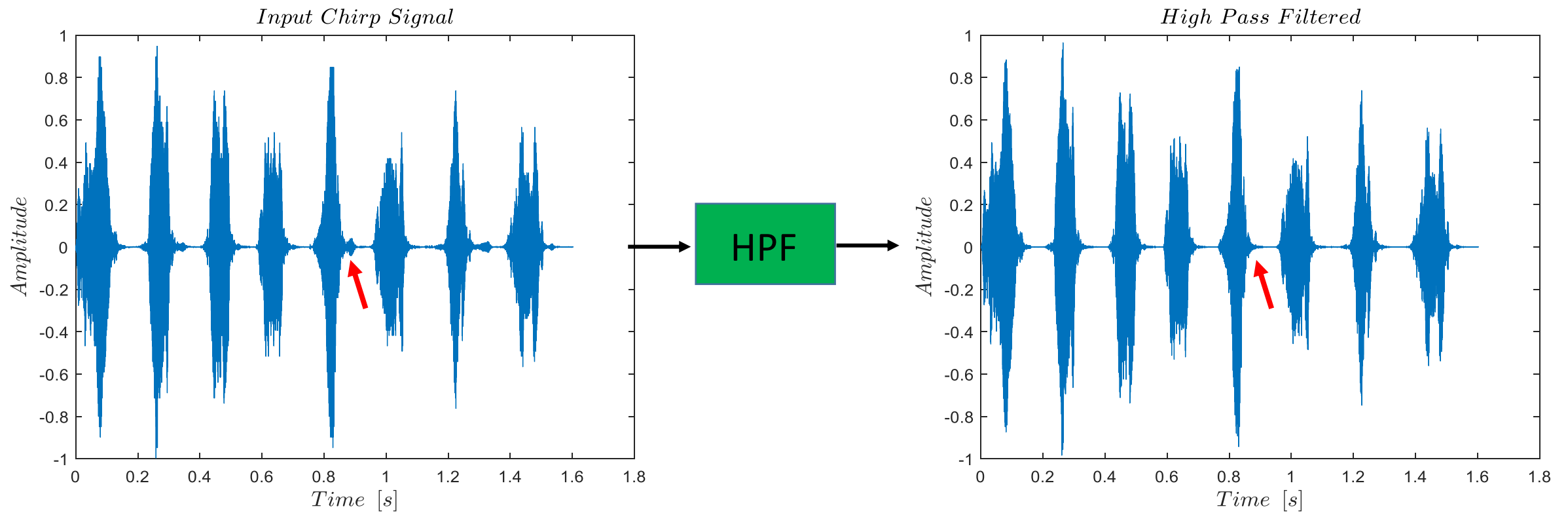


• נתון האות הבא:



סינון חז-מימדי: דוגמא:

• סינון HPF:



סינון **חד**-מימדי: דוגמא:

• שאלה: איך זה השפיע על הצליל?

אחרי



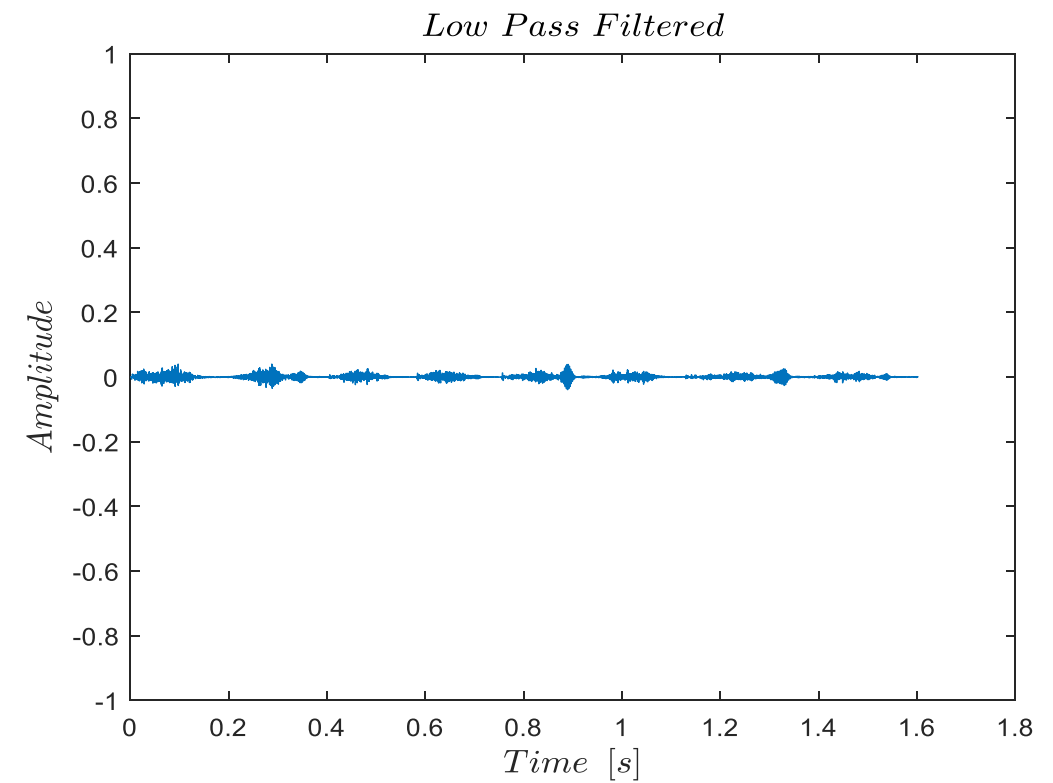
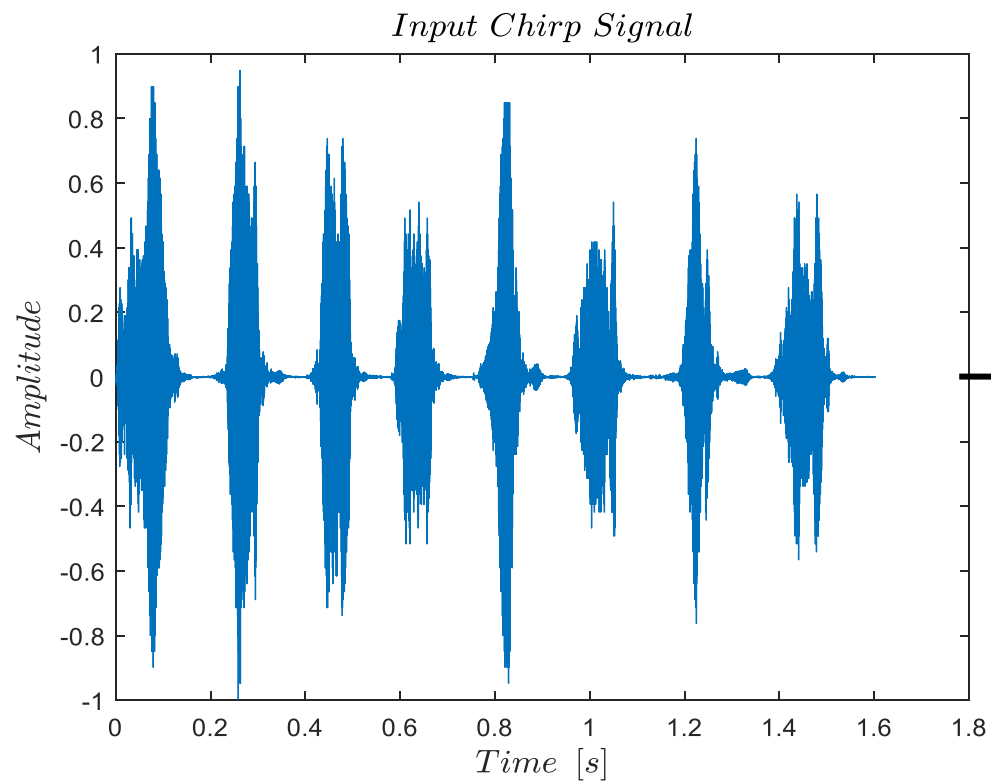
לפני



• מה עם סינון LPF?

סינון חד-מימדי: דוגמא:

• סינון LPF:



סינון **חד**-מימדי: דוגמא:

• שאלה: איך זה השפיע על הצליל?

אחרי

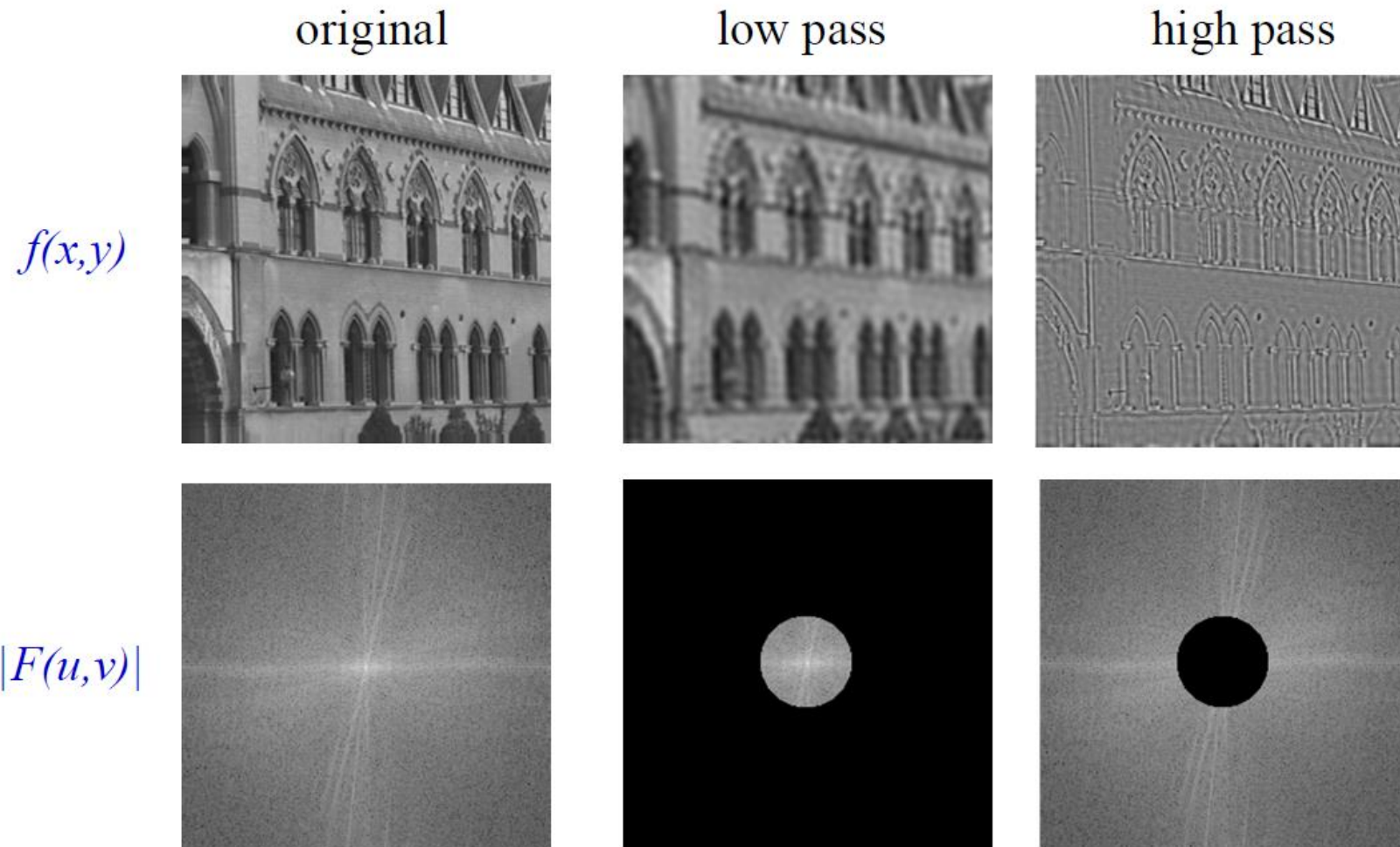


לפני

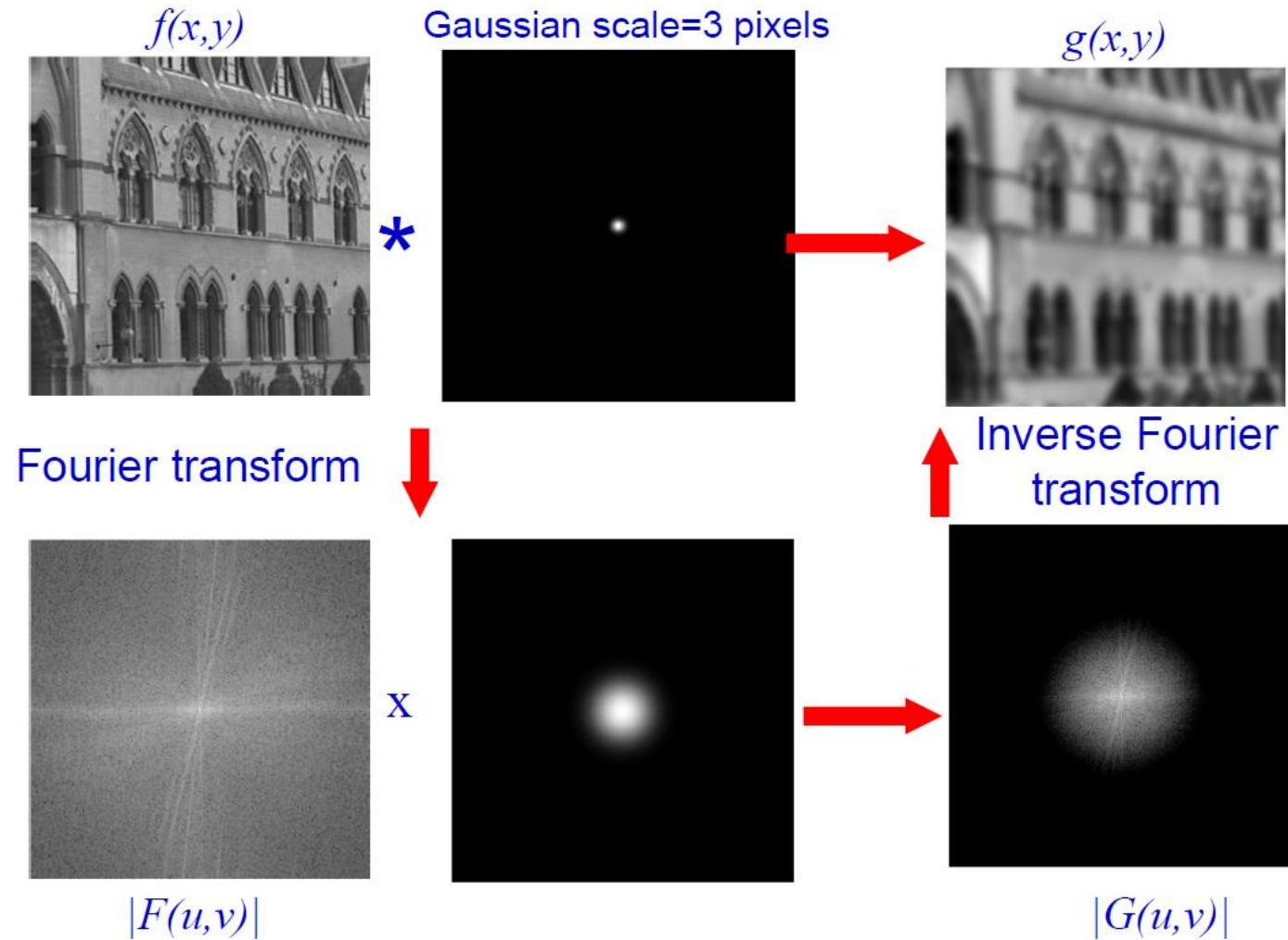


• שאלה: מה יקרה באותות **דו**-מימדיים לתמונה?

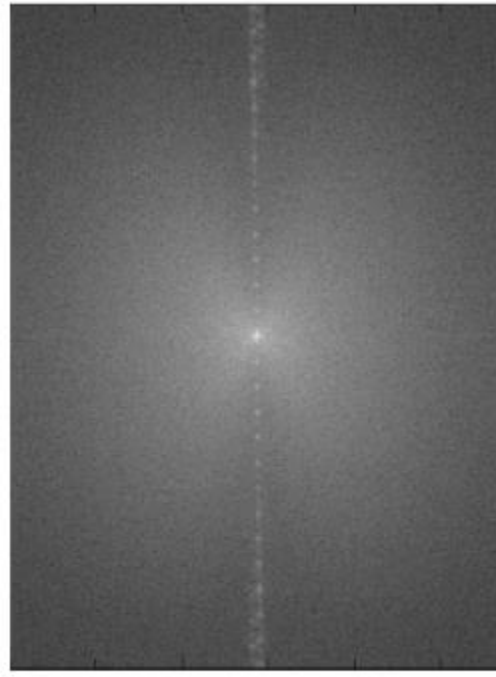
סינון דו-מימדי: דוגמא 1:



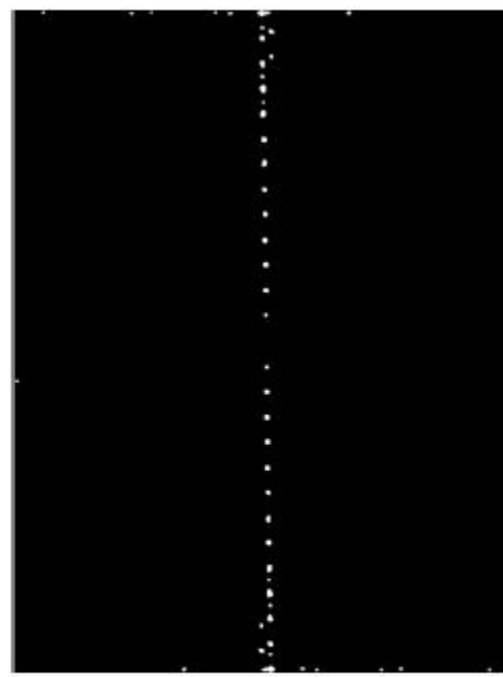
סינון LPF בתמונות = טשטוש



דוגמא 2: החסרת סינון HPF בתמונות



$$|F(u, v)|$$

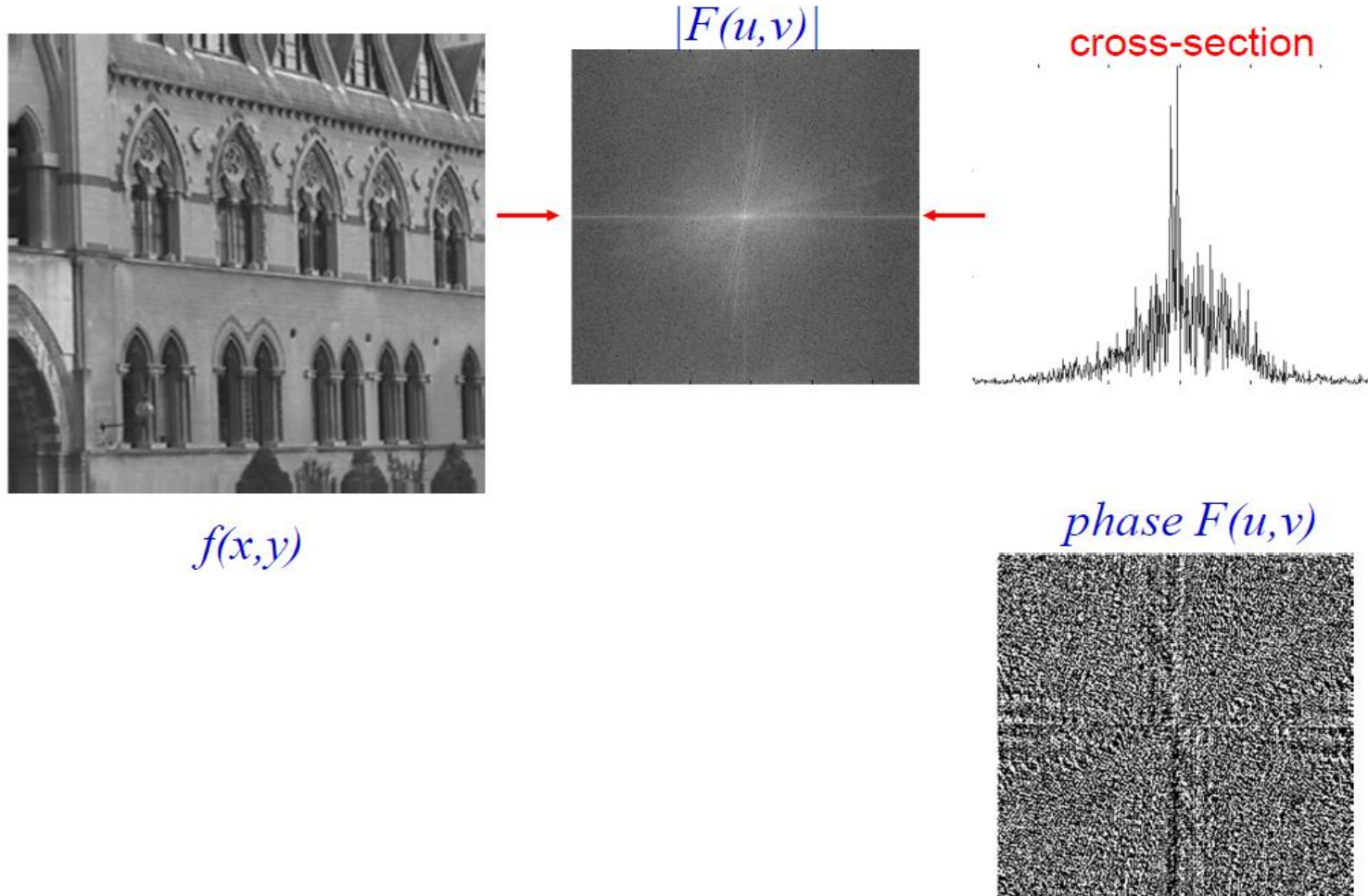


remove
peaks



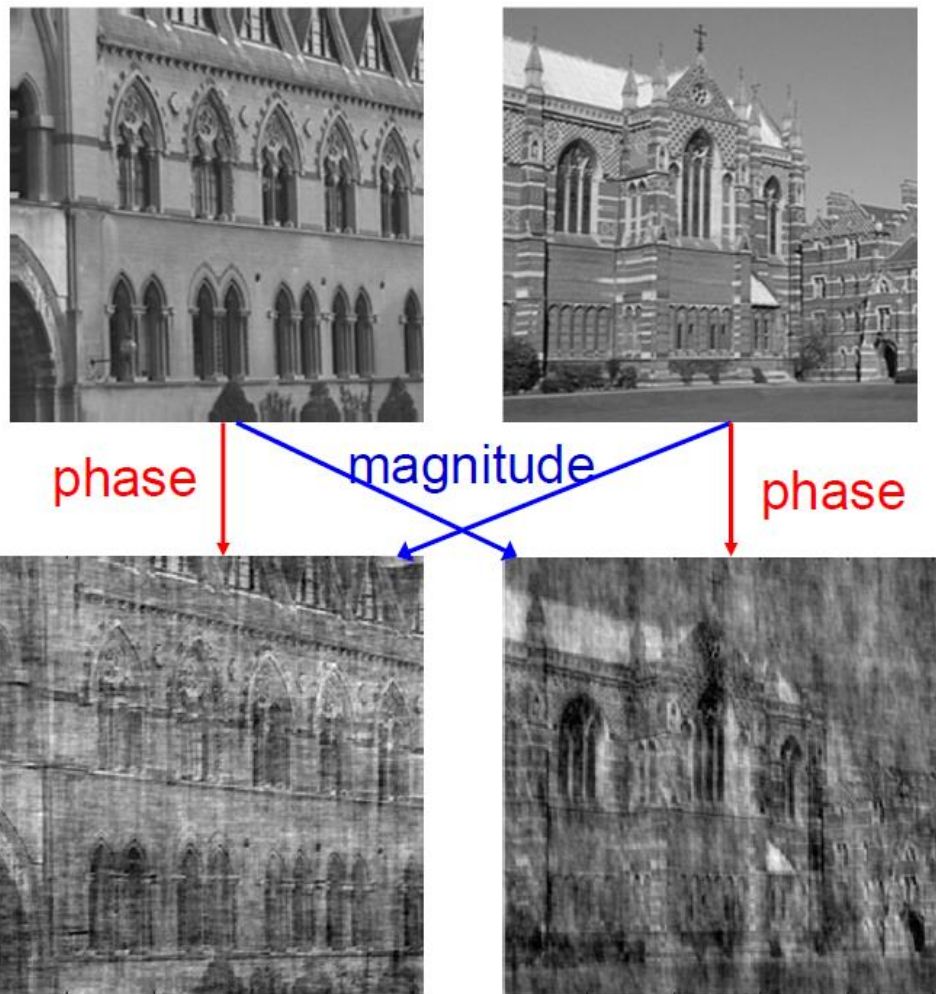
join lines
removed

חשיבות הפאזה



- עד כה כל הניתוח שלנו במישור פורייה התייחס לאמפליטודה.
- לא התייחסנו לאינפורמציה המגולמת בפאזה.
- שאלה: אז מה? כמה זה קריטי להתייחס לפאזה?

חשיבות הפאזה בתמונות



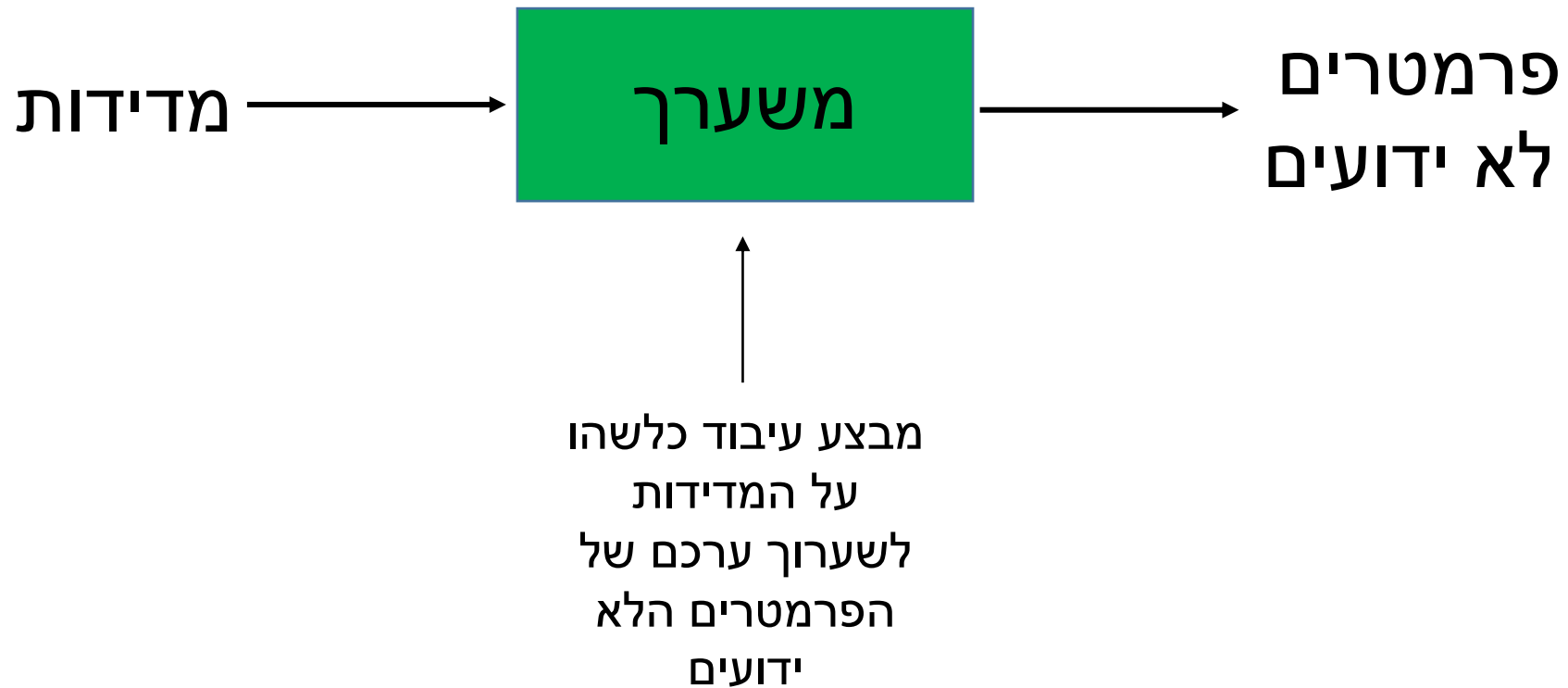
מה בתכנית?

- ✓אותות ומערכות
- ✓סוגים של אותות
- ✓קוונטיזציה/דגימה
- ✓ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- ✓מסננים דיגיטלים

• שיערוך סטטיסטי

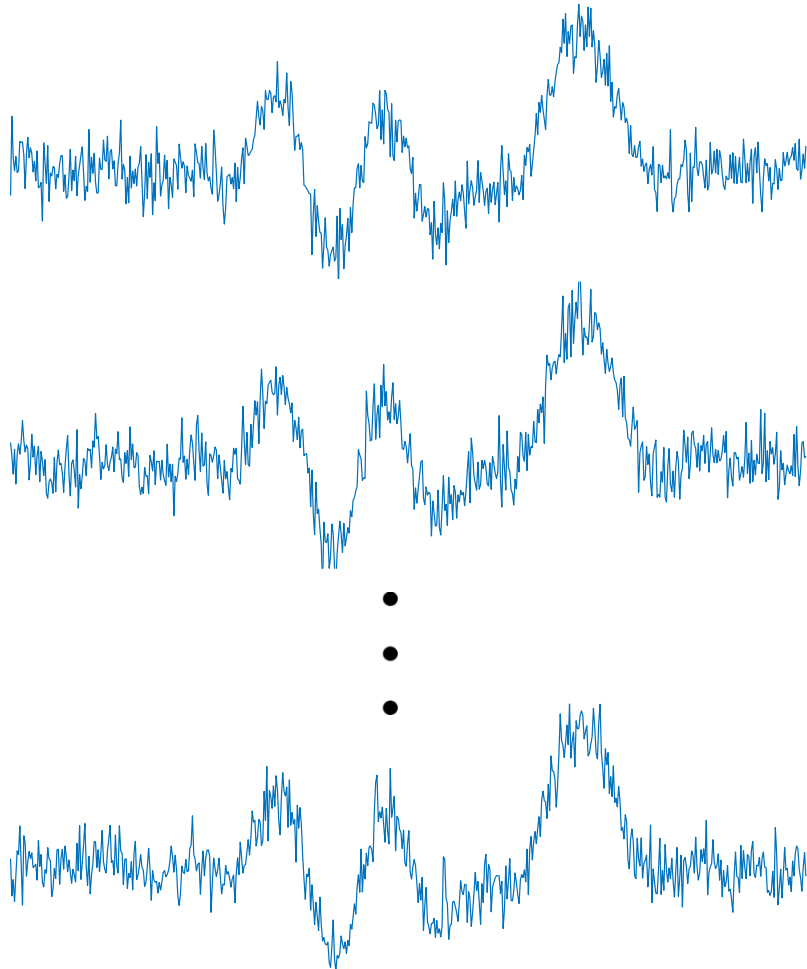
- שיערוך ממדידות רועשות
- שימושים של פונקצית הקורלציה
- התמרות משולבות של זמן-תדר
- דוגמה מסכמת

שיערוך סטטיסטי: כללי המשחק



מוטיבציה 1: ניקוי רעש מדידה

Measurements

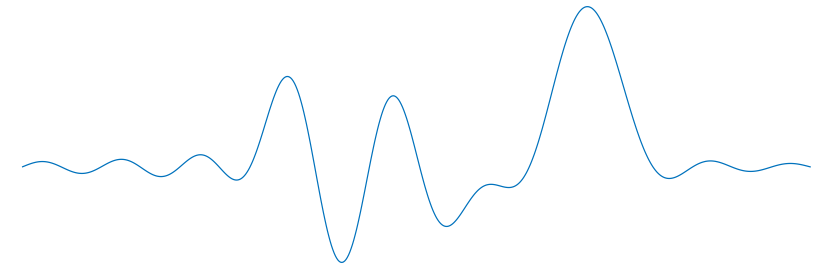


•
•
•

• שיערוך אות נקי ממדידות חוזרות:

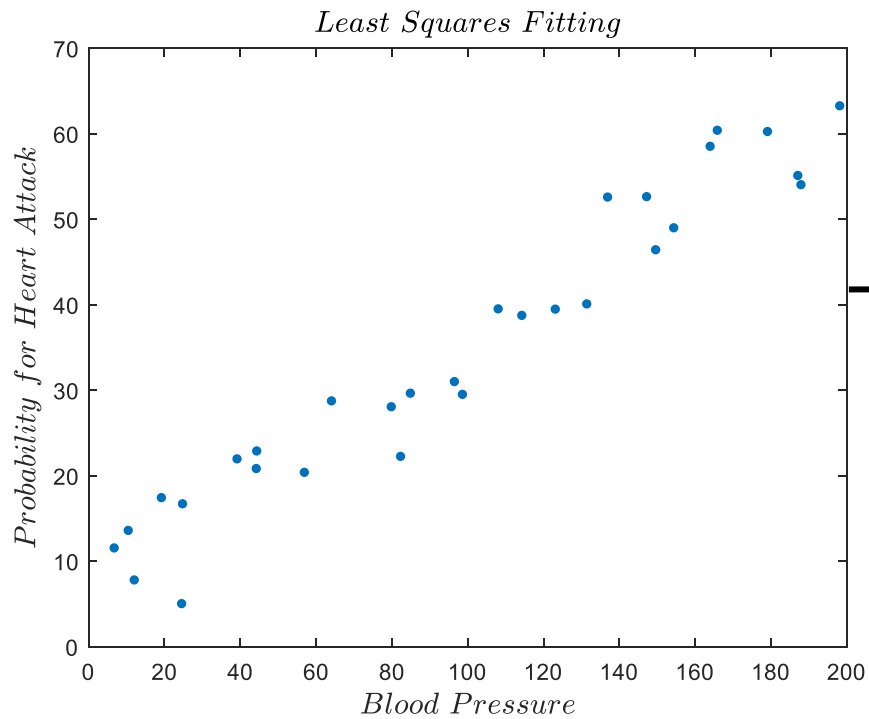
משערך

Estimated Signal

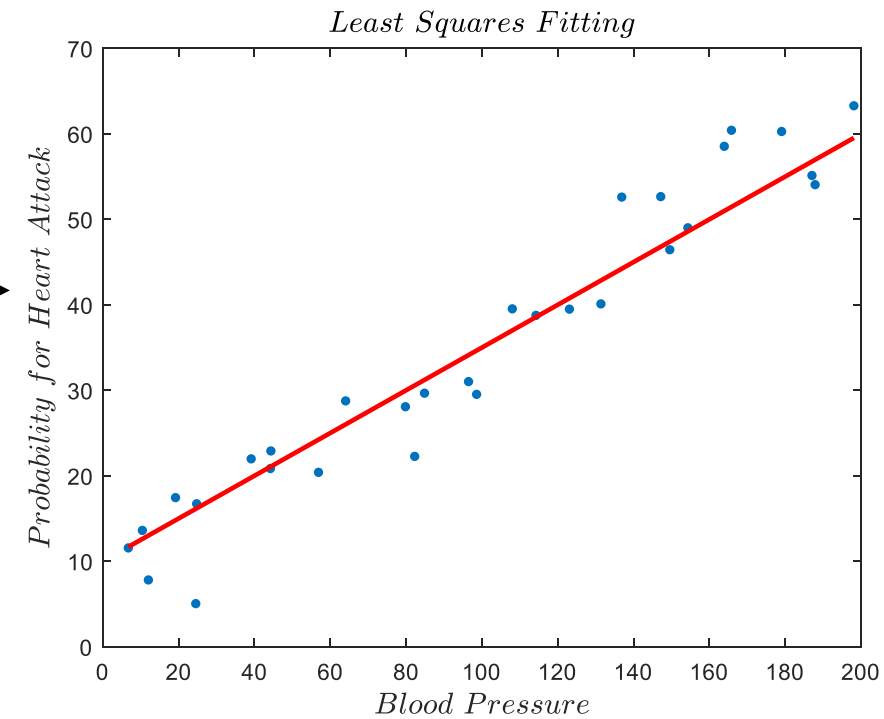


מוטיבציה 2: מידול קשר בין מדידות

- שיערוך קשר בין משתנים שונים:



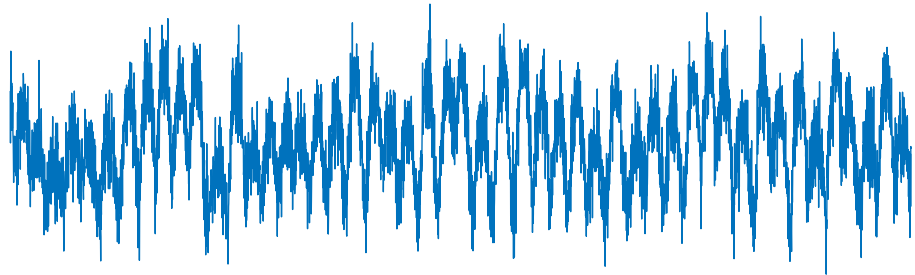
משערך



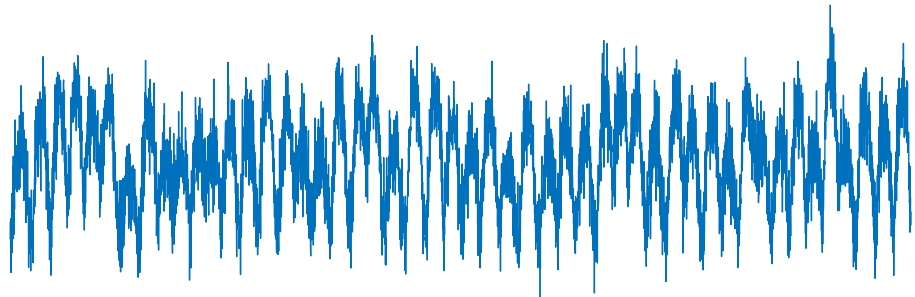
מוטיבציה 3: שיערוך השהייה בין ערוצים

- שיערוך השהייה בין ערוצים:

Measurement From Sensor 1

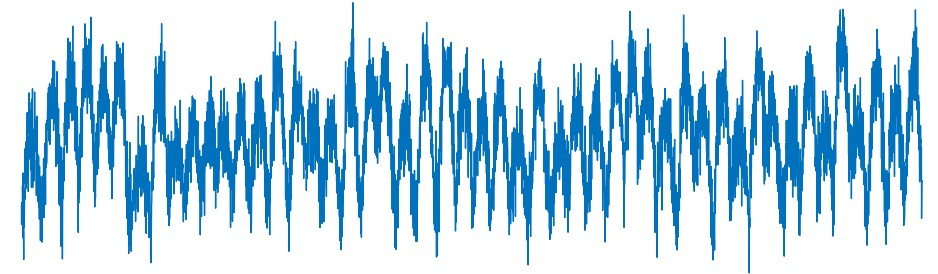


Measurement From Sensor 2

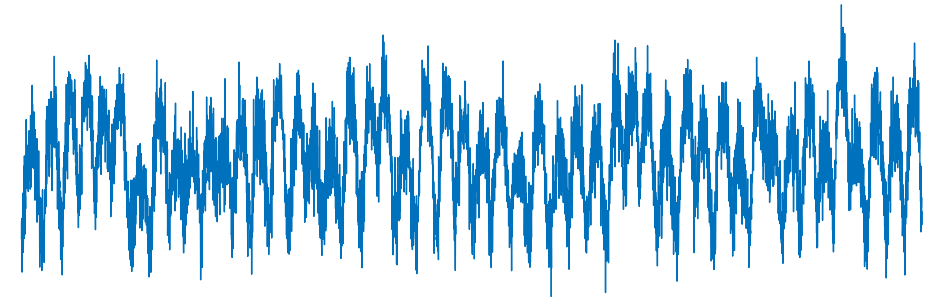


משערך

Measurement From Sensor 1

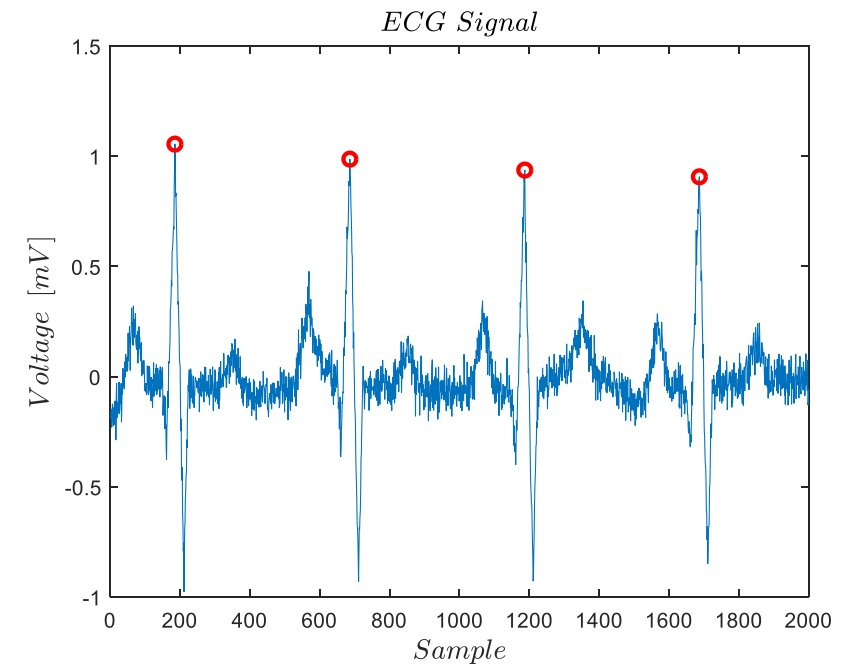
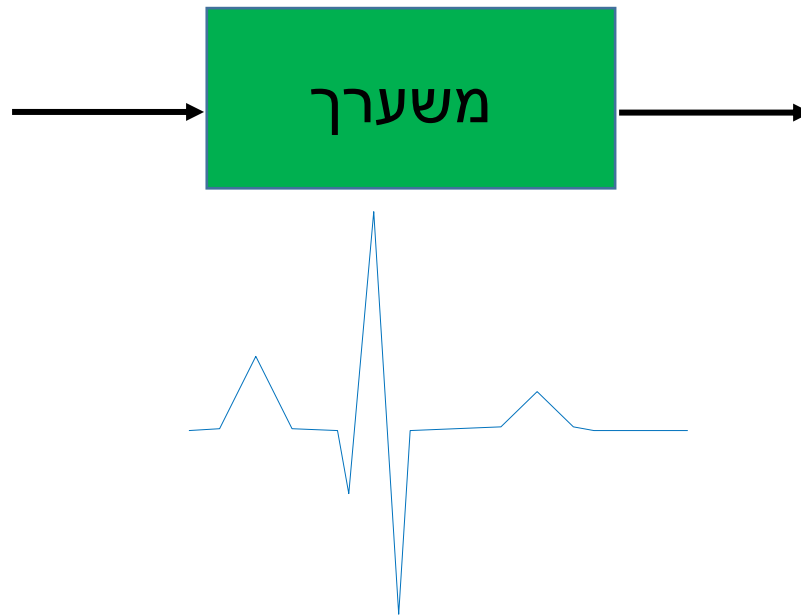
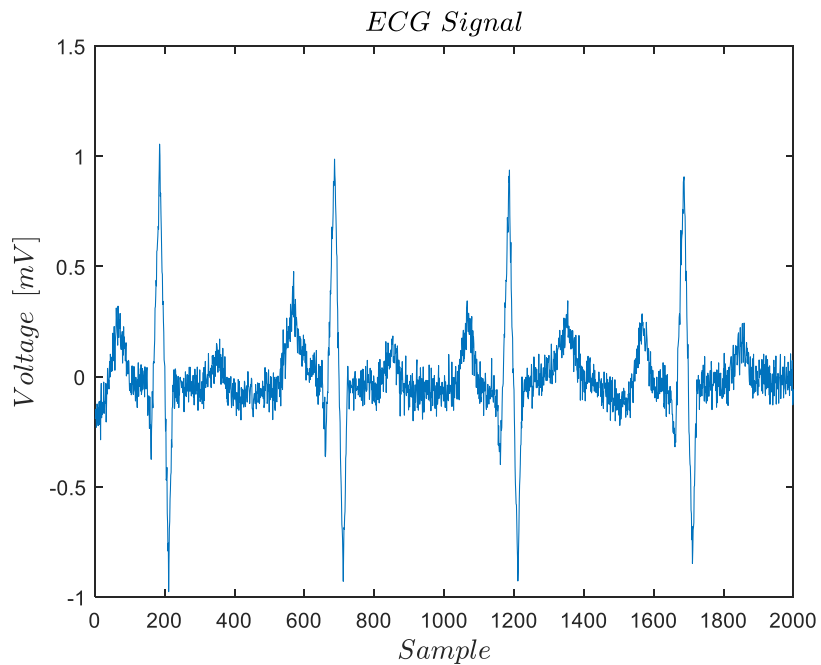


Measurement From Sensor 2



מוטיבציה 4: זיהוי זמני התרחשות מאורעות

• שיערוך זמני מאורעות:



מוטיבציה 5: חיפוש אובייקטים בתמונות

- שיערוך מיקומי אובייקטים:

Input Image

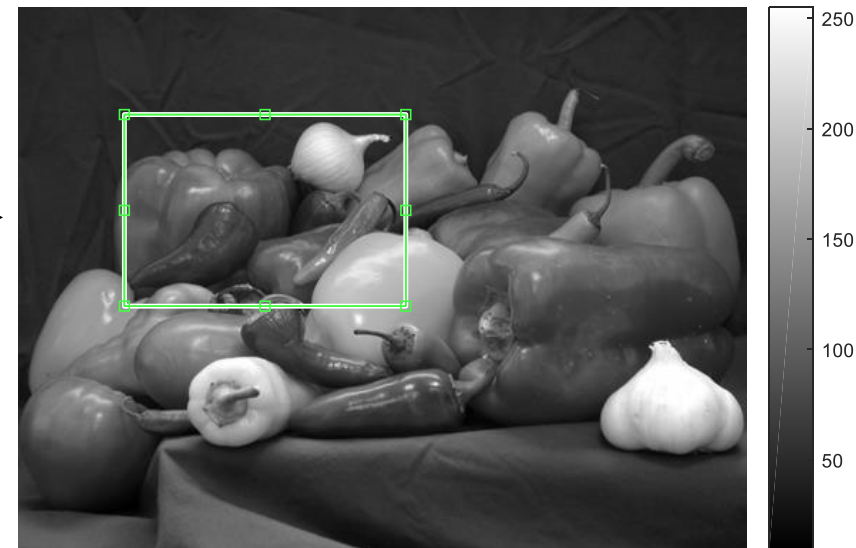


משערך

Template

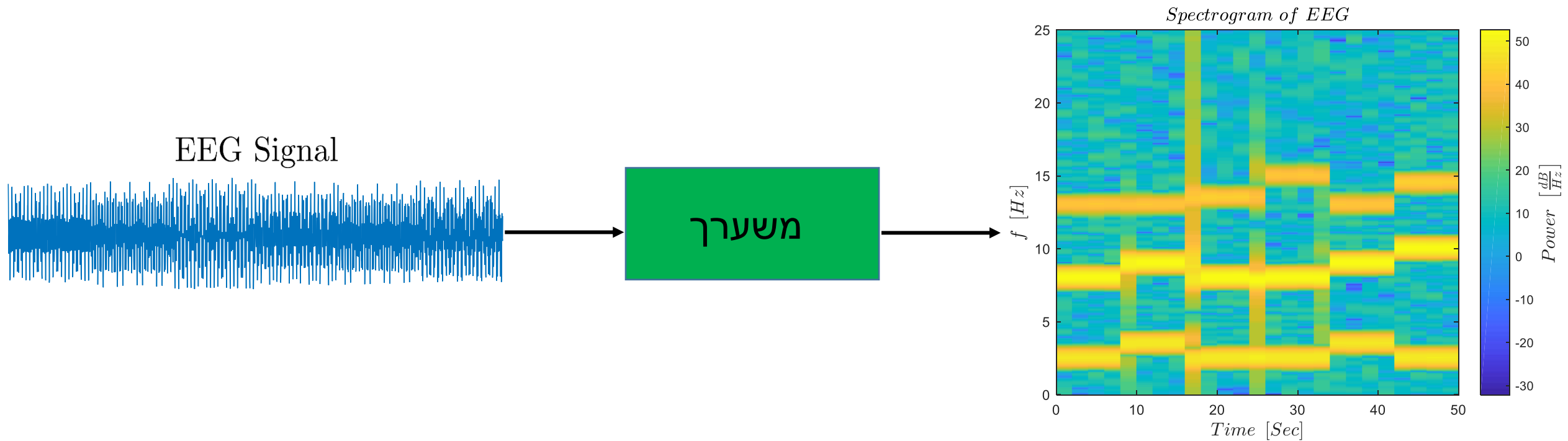


Detected Template



מוטיבציה 6: ניתוח אותות משתנים בזמן

- שיערוך תכולה תדרית כפונקציה של הזמן:



מה בתכנית?

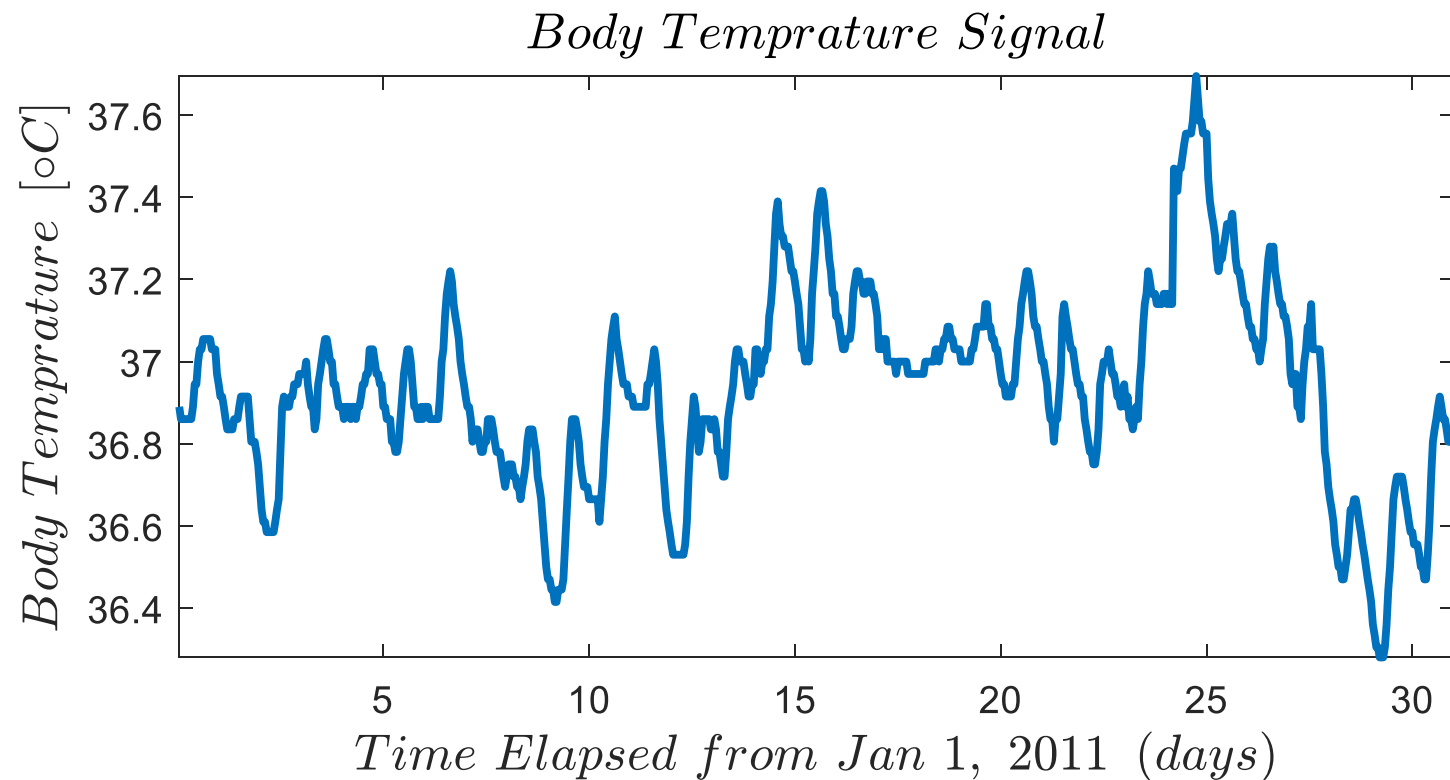
- ✓אותות ומערכות
- ✓סוגים של אותות
- ✓קוונטיזציה/דגימה
- ✓ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- ✓מסננים דיגיטלים

• שיערוך סטטיסטי

- שיערוך ממדידות רועשות
- שימושים של פונקצית הקורלציה
- התמרות משולבות של זמן-תדר
- דוגמה מסכמת

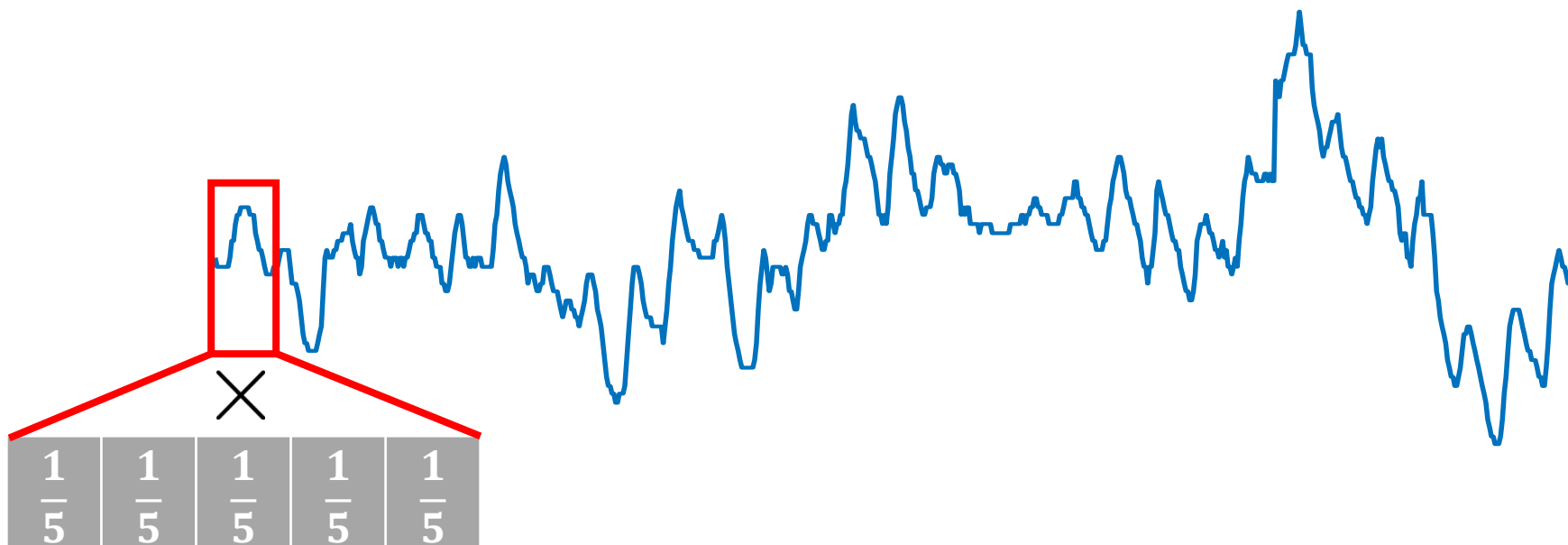
מיצוע: מדידה בודדת

- נתחיל מהמקרה הפשוט בוא נתונה לנו מדידה בודדת של סיגנל רועש:



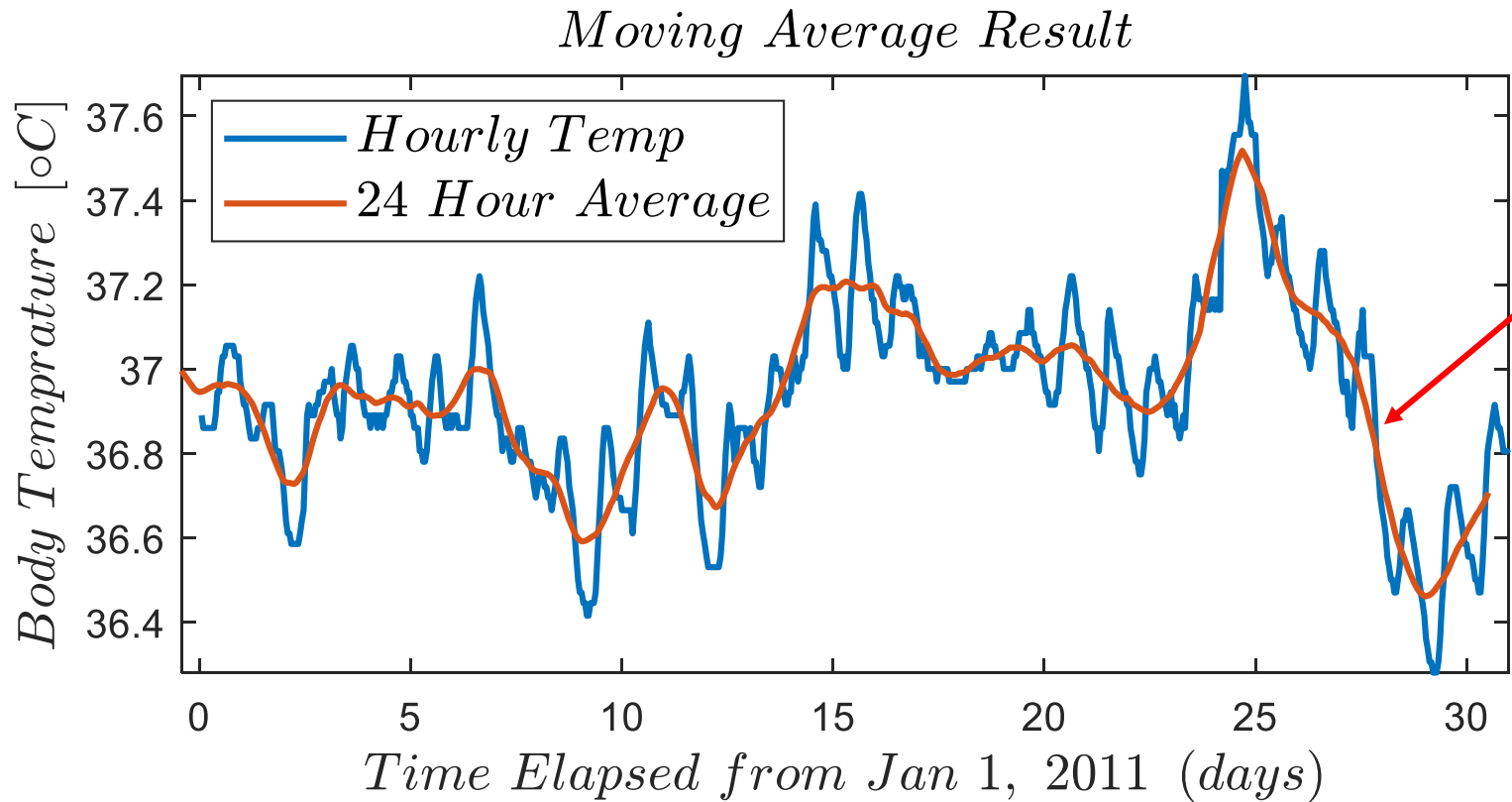
מיצוע: מדידה בודדת

- נניח הרופא לא מתעניין בשינויים רגועים ובסה"כ מעוניין בערך הממוצע.
- שאלה: איך אפשר "לפשט" את האות שמדדנו?
- מסנן מסוג "ממוצע-נע" הוא דרך אחת לעשות זאת:



מיצוע: מדידה בודדת

- התוצאה עבור אות הטמפרטורה מהשקף הקודם:

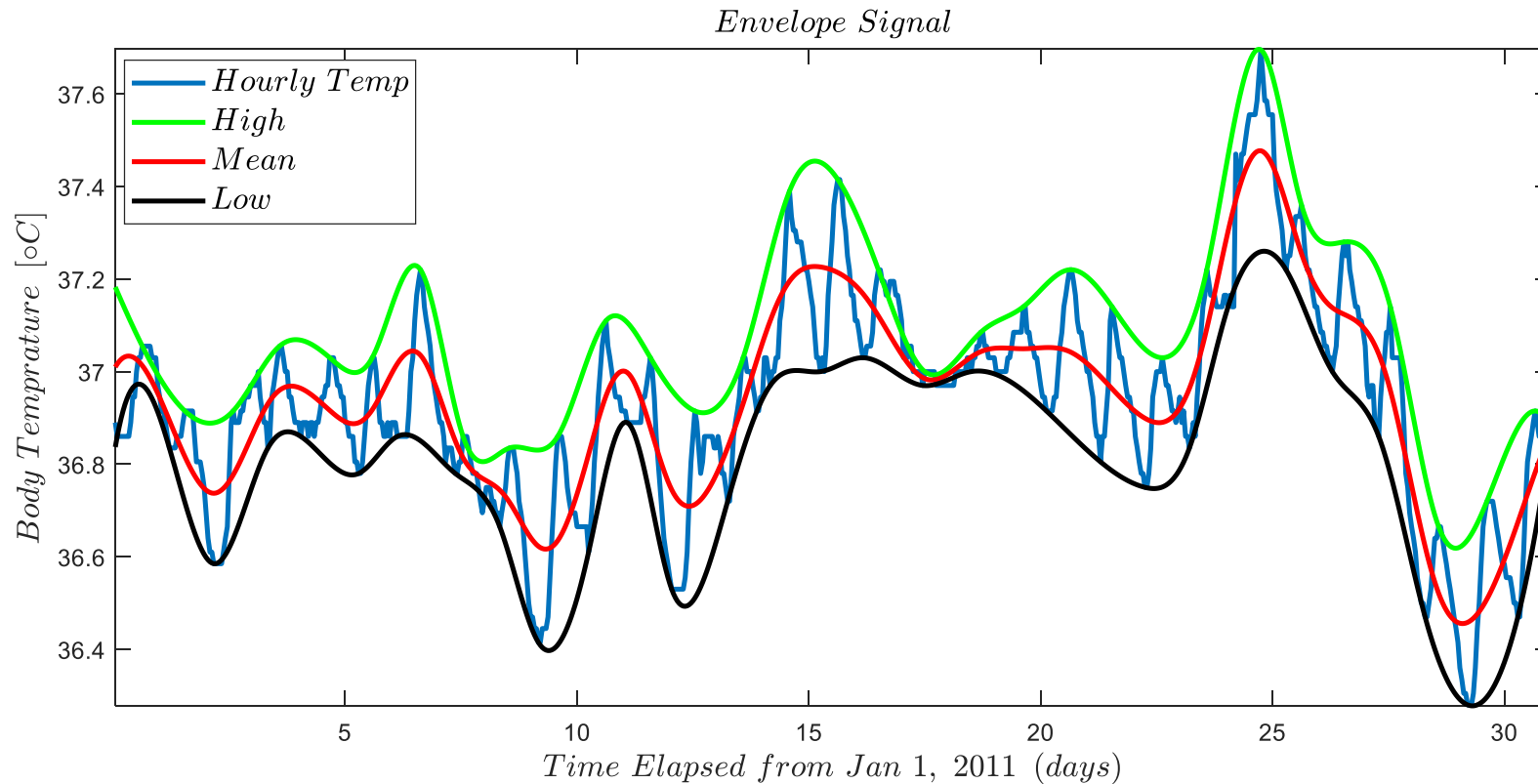


שאלה: מזכיר
לכם סוג מסויים
של מסנן?

נכון, LPF!

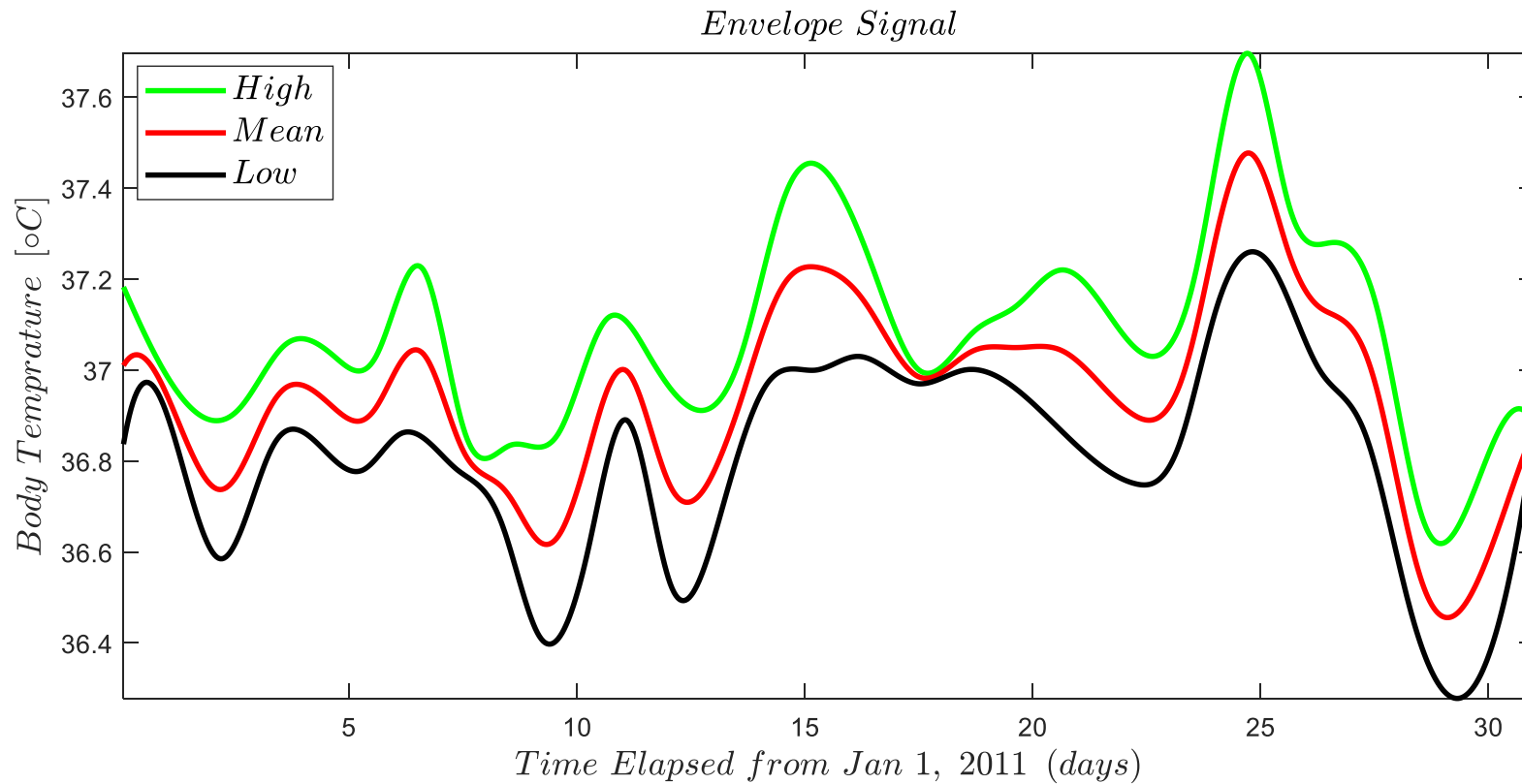
מיצוע: מדידה בודדת

- תצוגה יותר נוחה של הנתונים עבור הרופא:



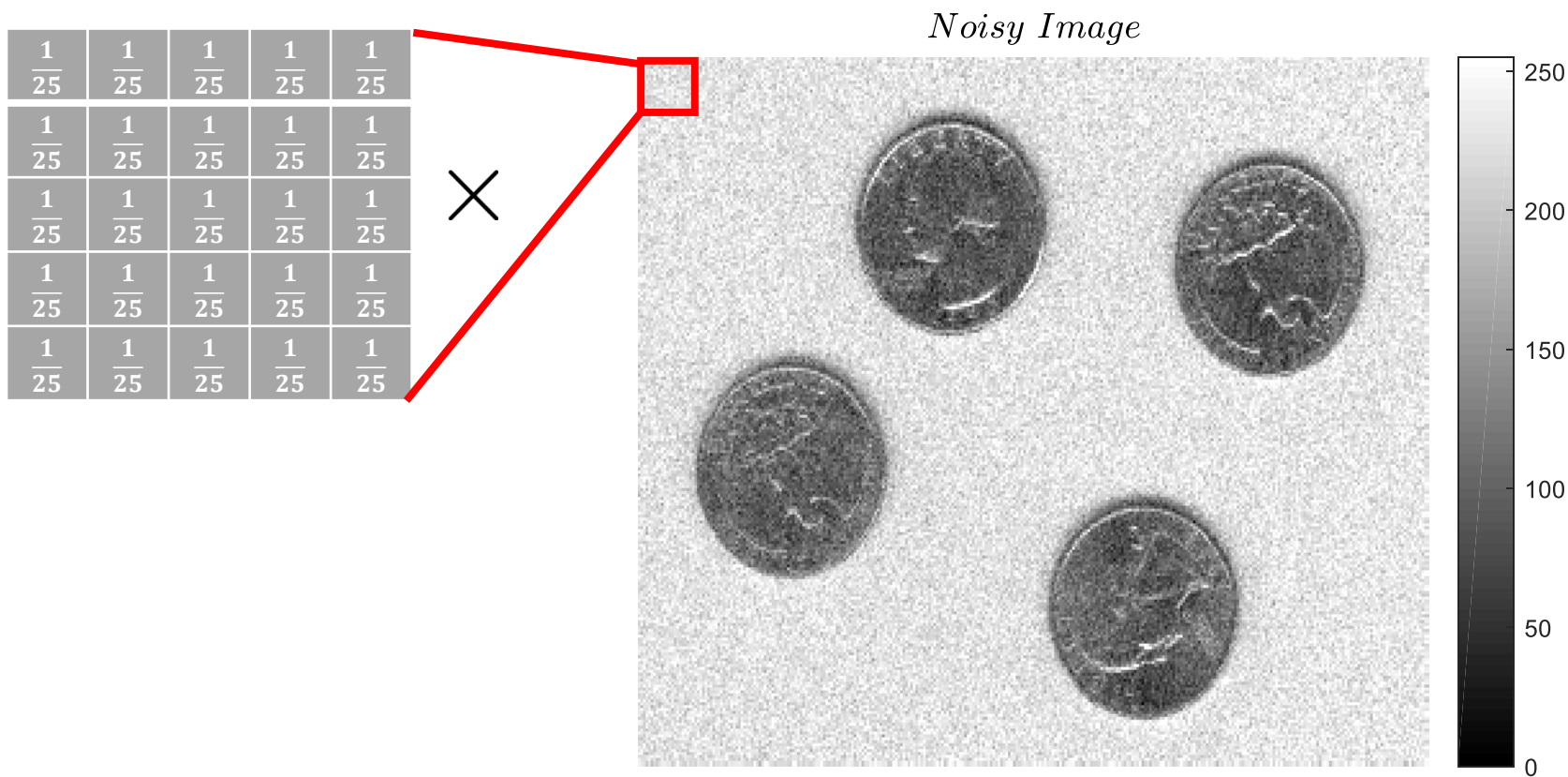
מיצוע: מדידה בודדת

- תצוגה יותר נוחה של הנתונים עבור הרופא:



מייצוע בדו-מימד: תמונה בודדת

- אותו הגיון כמו בחד-מימד רק שהמסנן הוא מטריצה קטנה:



מיצוע בדו-מימד: תמונה בודדת

• שאלה: איך תראה התוצאה?

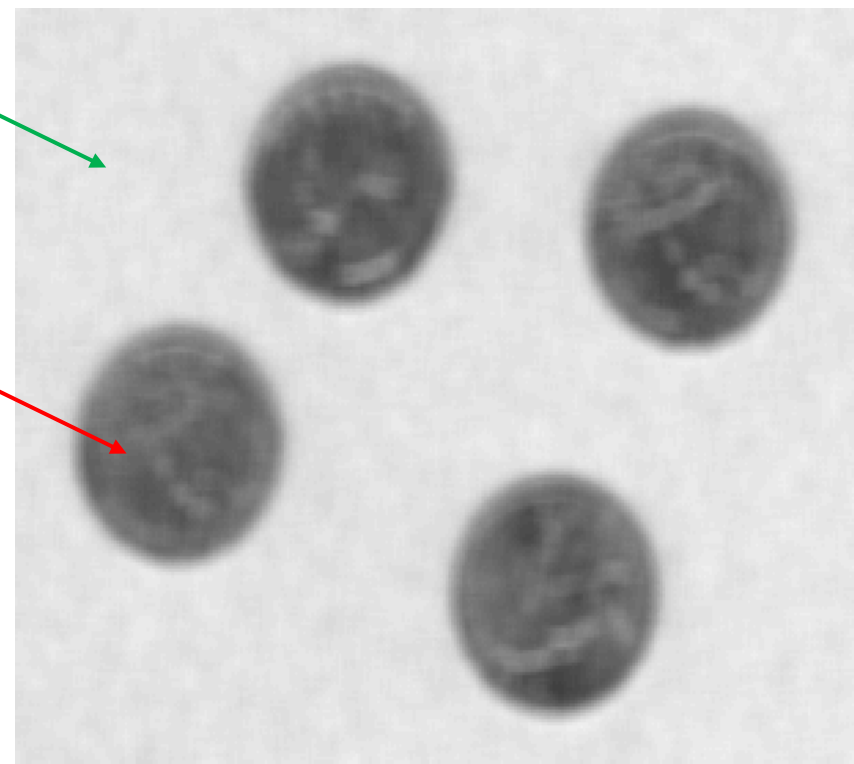
Noisy Image



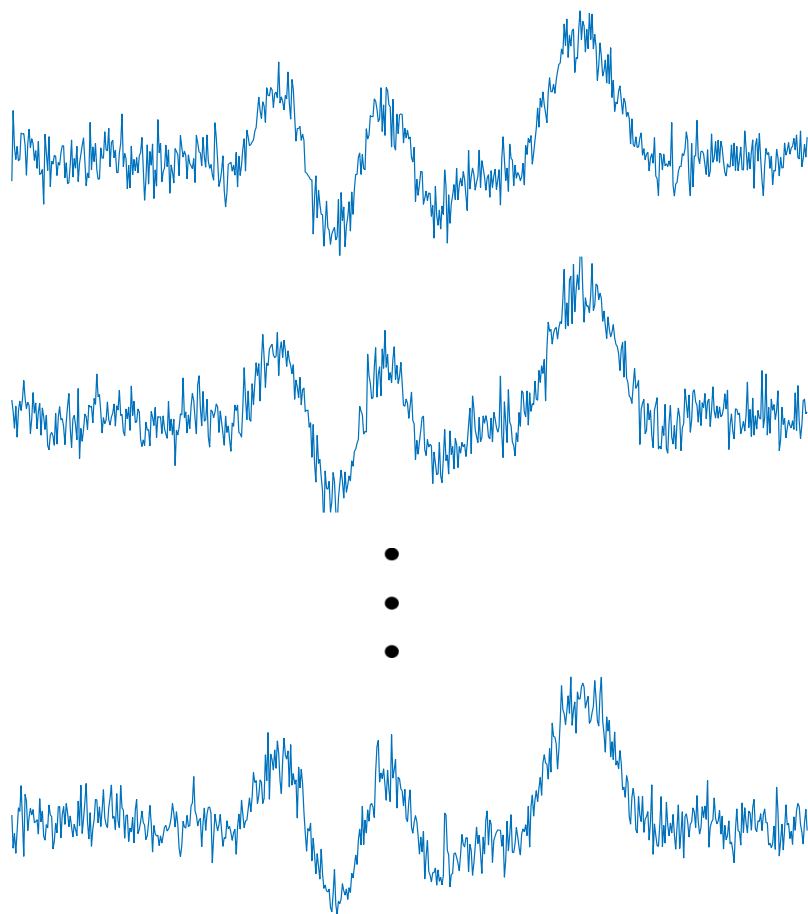
Average Filter Result

רקע פחות
רועש מקודם

איבדנו את
הפרטים העדינים



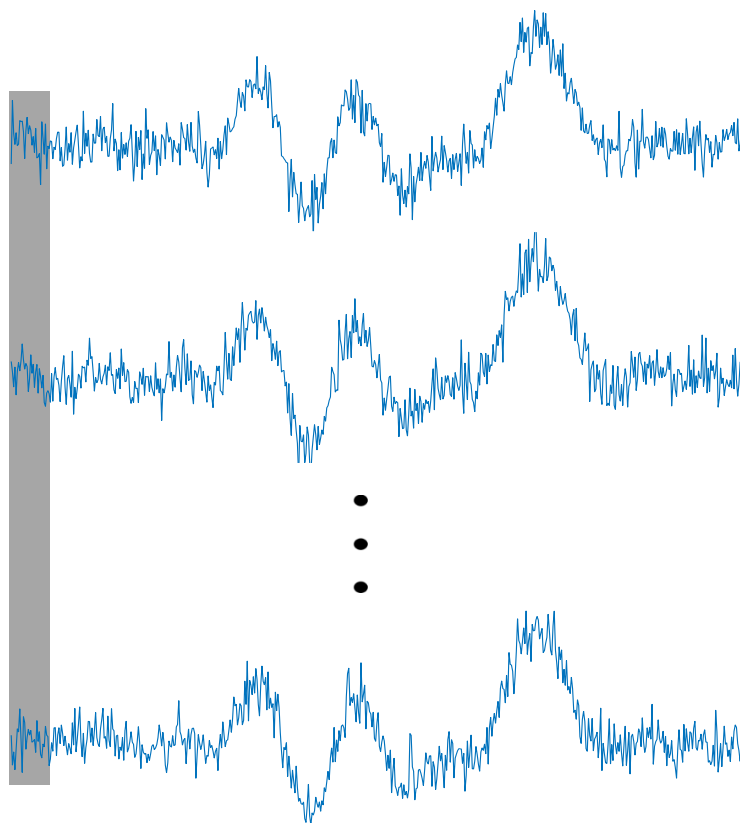
מיצוע: מדידות חוזרות



- כעת נניח שיש לנו מדידות חוזרות של רמת ריכוז הגלוקוז בדם של נבדק כפונקציה של הזמן.
- מכיוון שהסנסור לא מושלם לכל מדידה מתווסף רעש לבן.

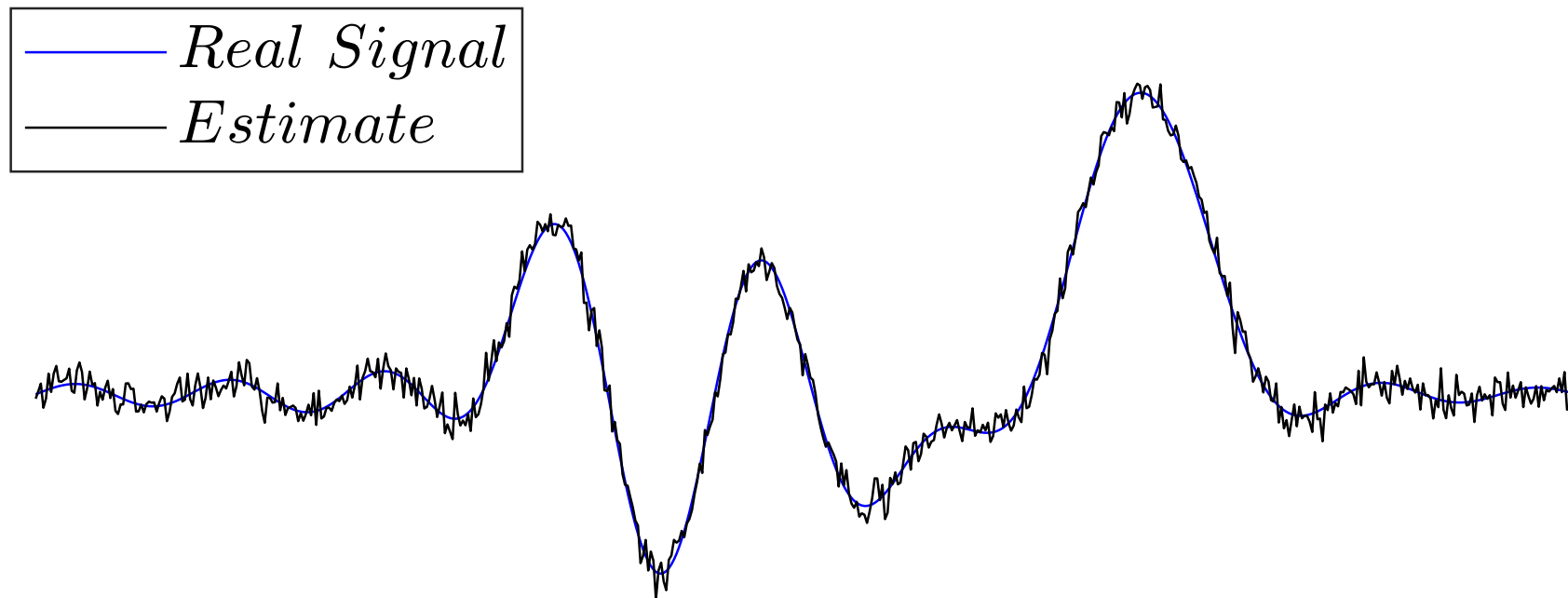
מיצוע: מדידות חוזרות

- שאלה: איך נשערך את האות הנקי כדי להקל את האנליזה של הרופא?



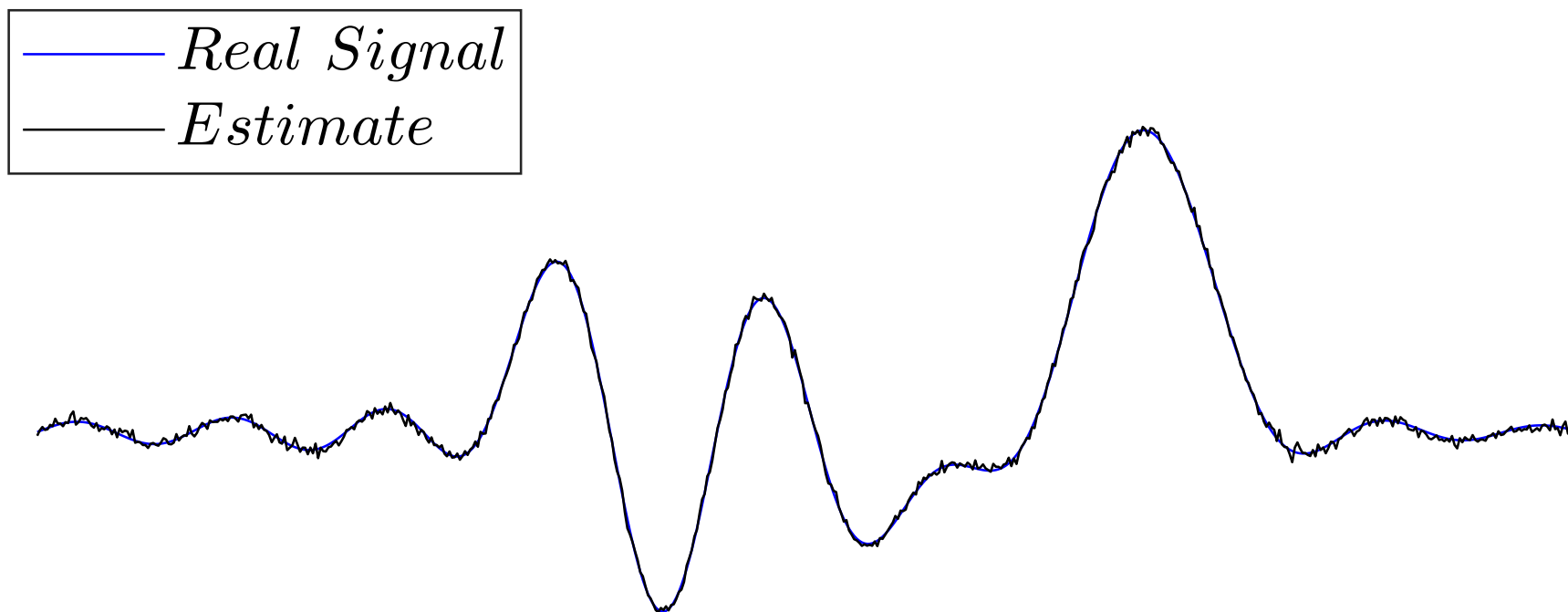
מיצוע: מדידות חוזרות

- התוצאה עבור 10 מדידות חוזרות:



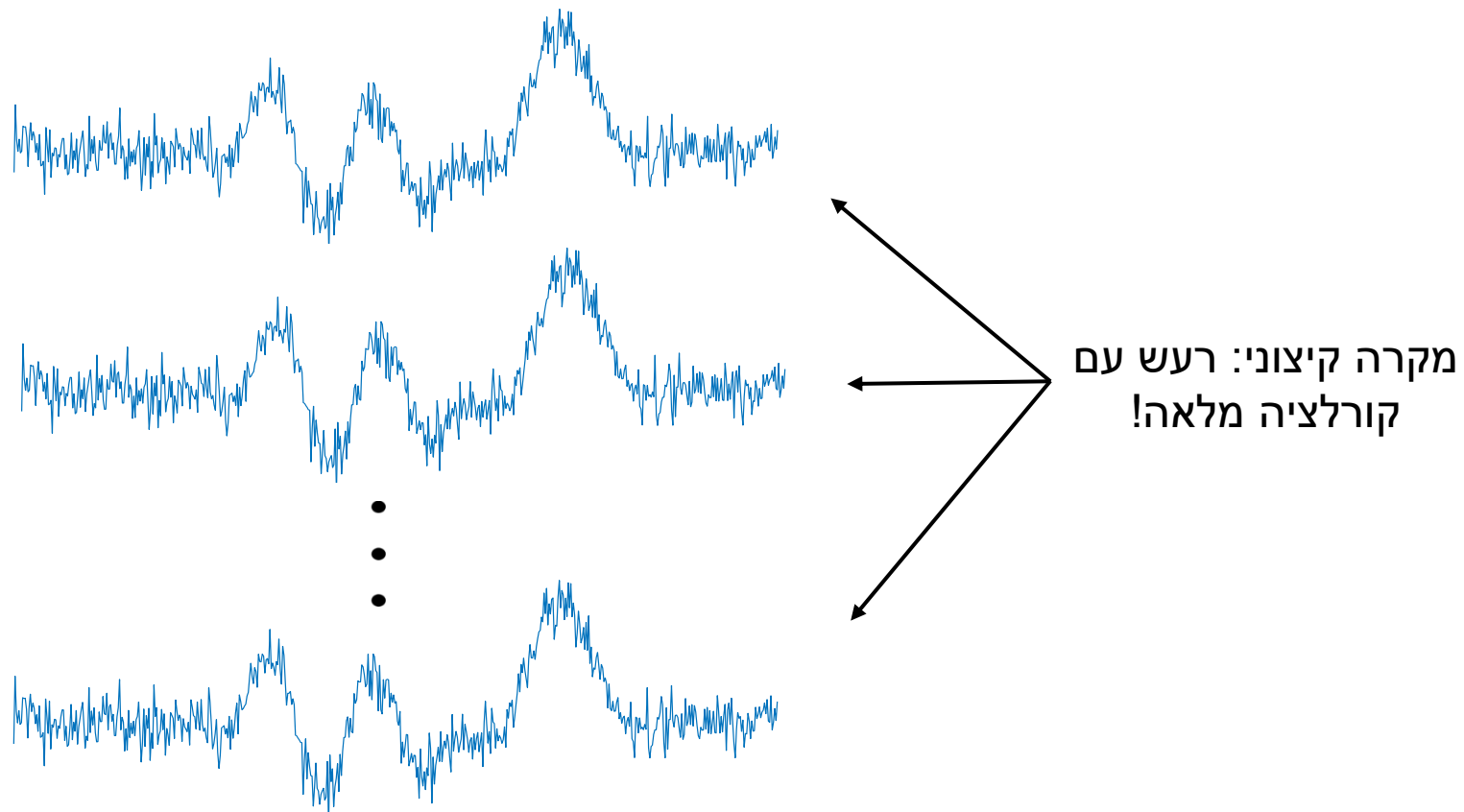
מיצוע: מדידות חוזרות

• התוצאה עבור 100 מדידות חוזרות:



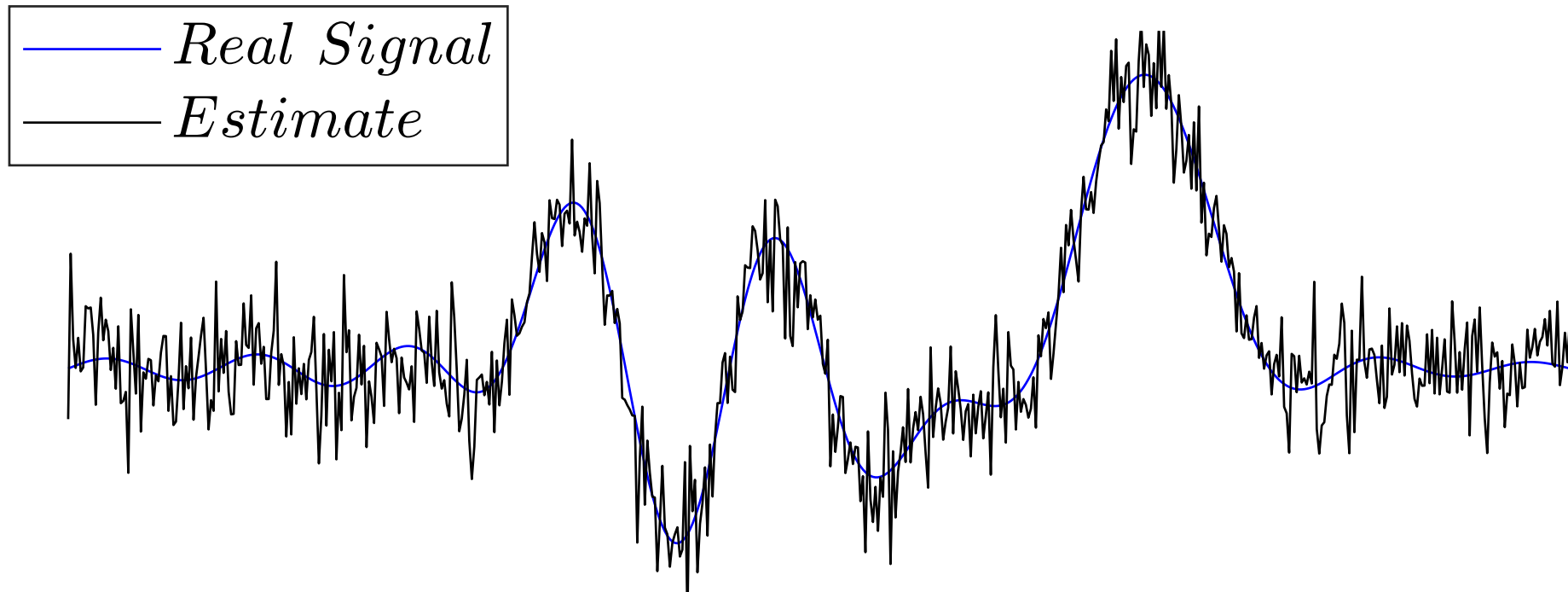
מיצוע: מדידות חוזרות

• שאלה: תמיד שווה לנו לקחת יותר מדידות? מתי זה יכול להיות מיותר?



מיצוע: מדידות חוזרות

- התוצאה תהיה זהה עבור 10/100 מדידות:



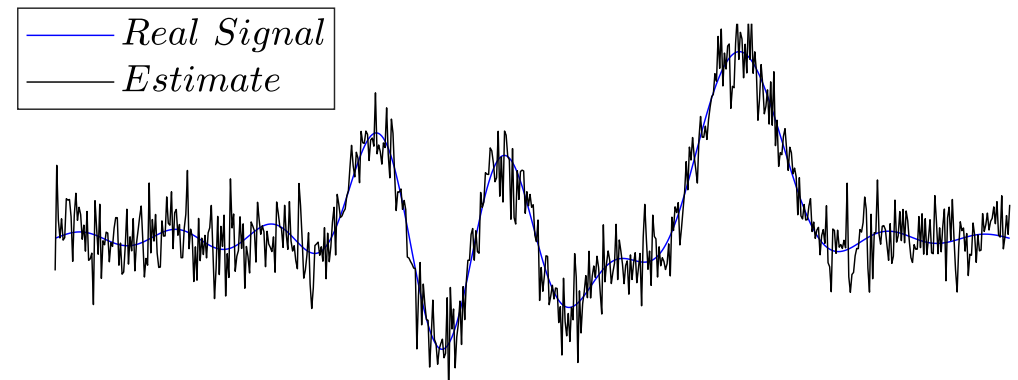
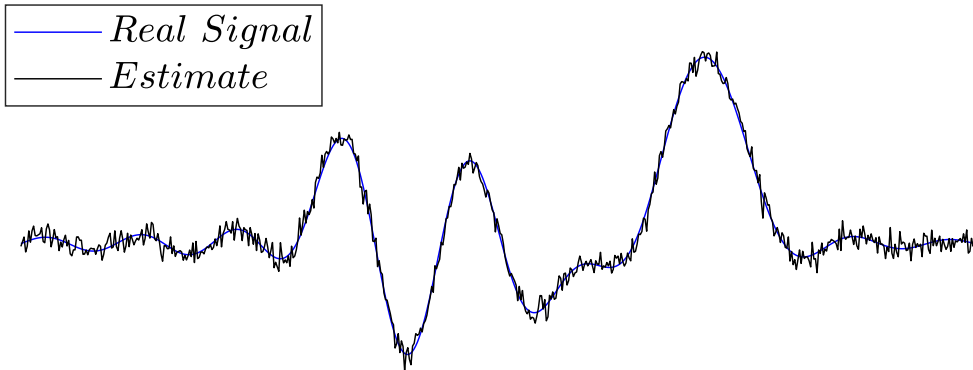
תוחלת משערך הממוצע

- תוחלת משערך הממוצע שווה לאות הנקי בהנחת רעש עם ממוצע אפס:

$$\text{משערך הממוצע} = \frac{\text{מדידה}_1 + \text{מדידה}_2 + \dots + \text{מדידה}_N}{\text{מספר המדידות}}$$

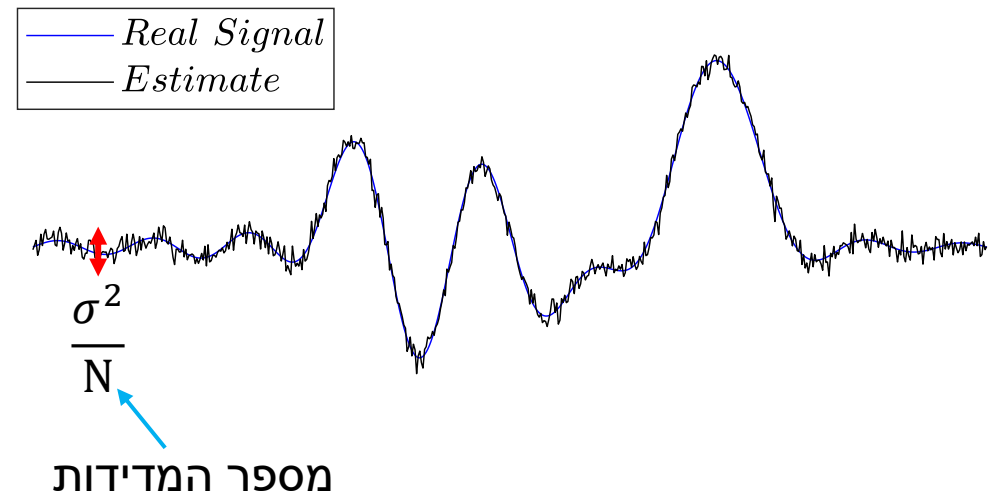
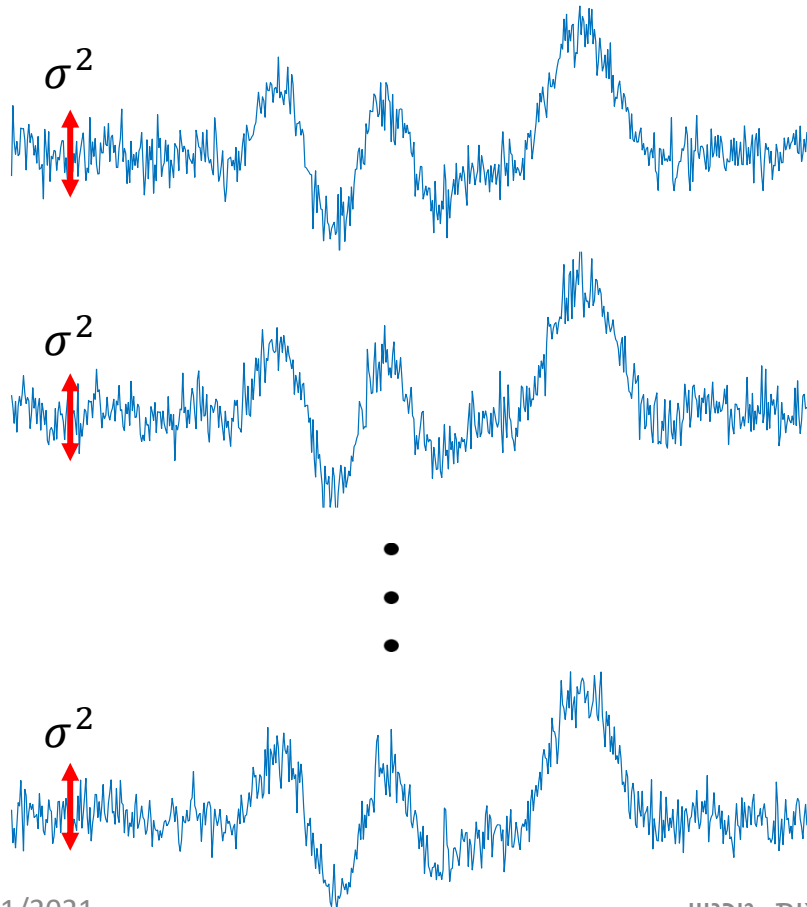
רעש חסר קורלציה

רעש עם קורלציה מלאה



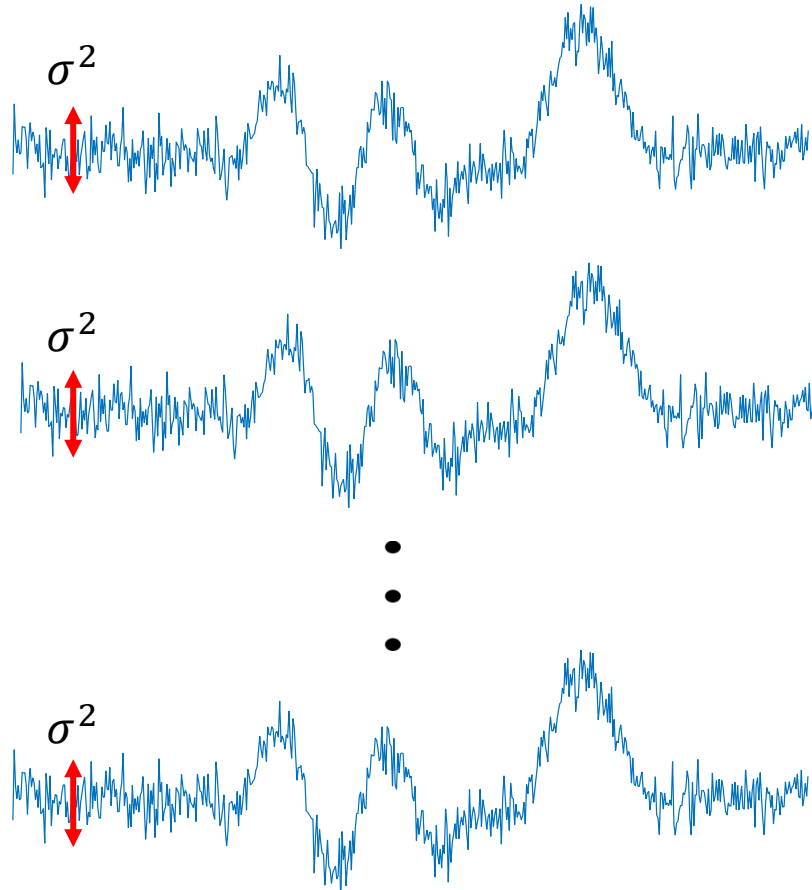
שונות משערך הממוצע

- שונות משערך הממוצע עבור רעשים חסרי קורלציה:

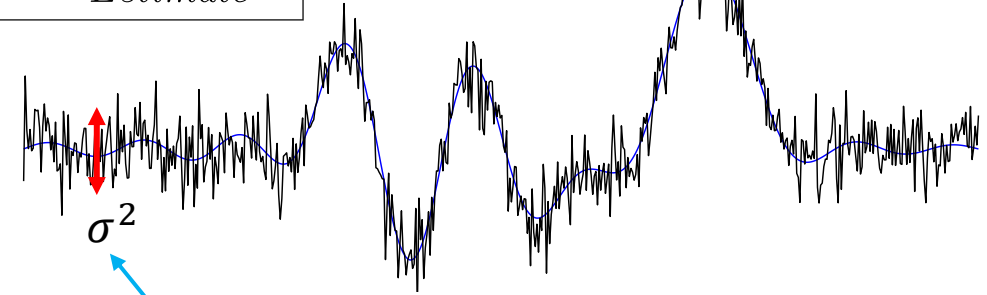


שונות משערך ההמוצע

- שונות משערך הממוצע עבור רעשים עם קורלציה **מלאה**:



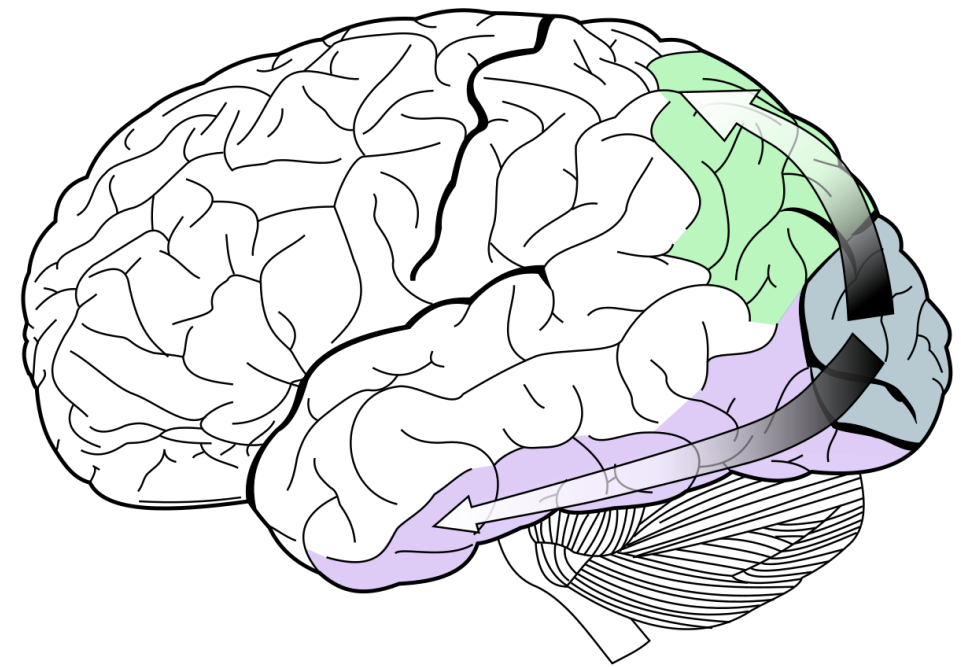
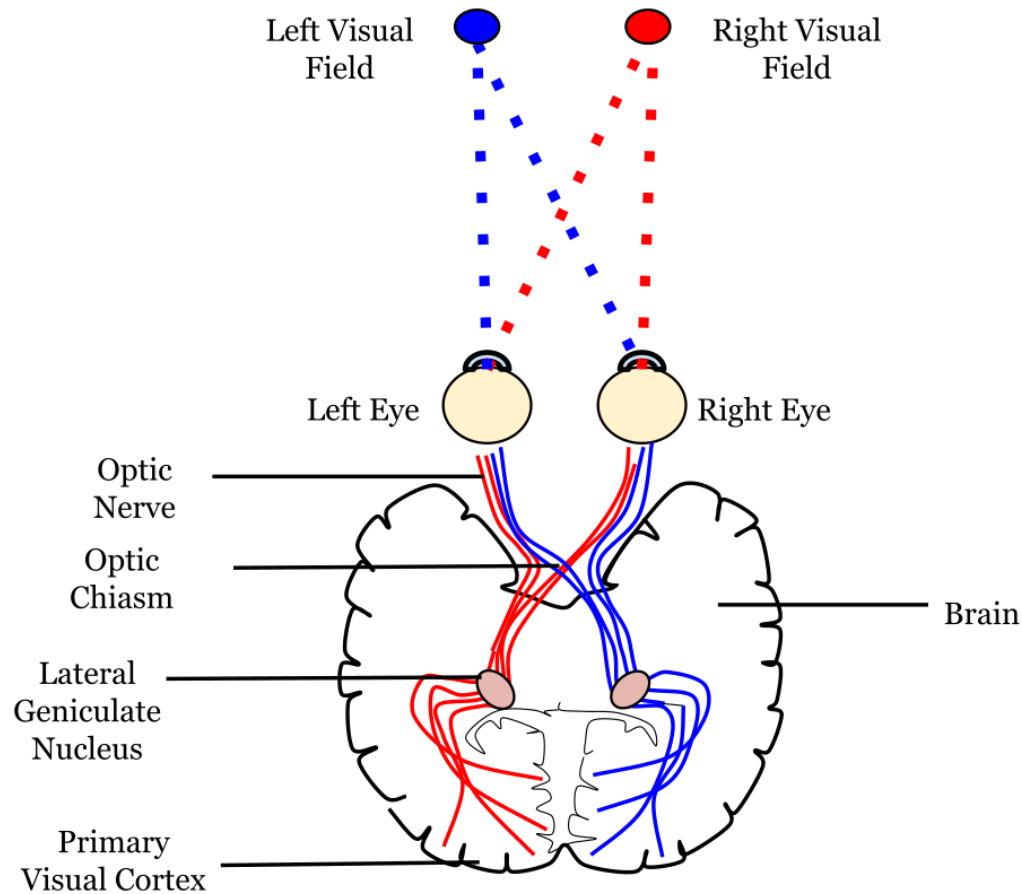
— Real Signal
— Estimate



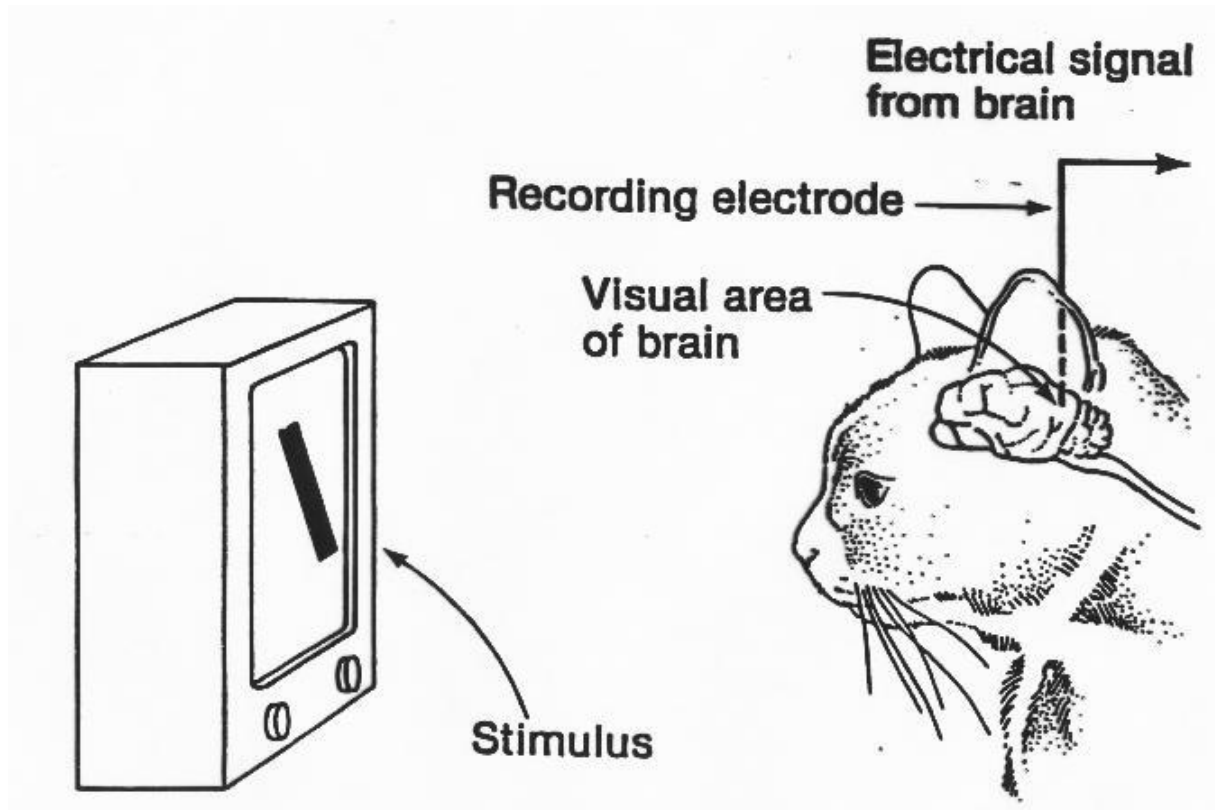
לא תלויה
במספר המדידות

דוגמה ב-דו-מימד: גילוי תגובה מועדפת על נוירון

• נוירונים באזור הראייתי במוח:



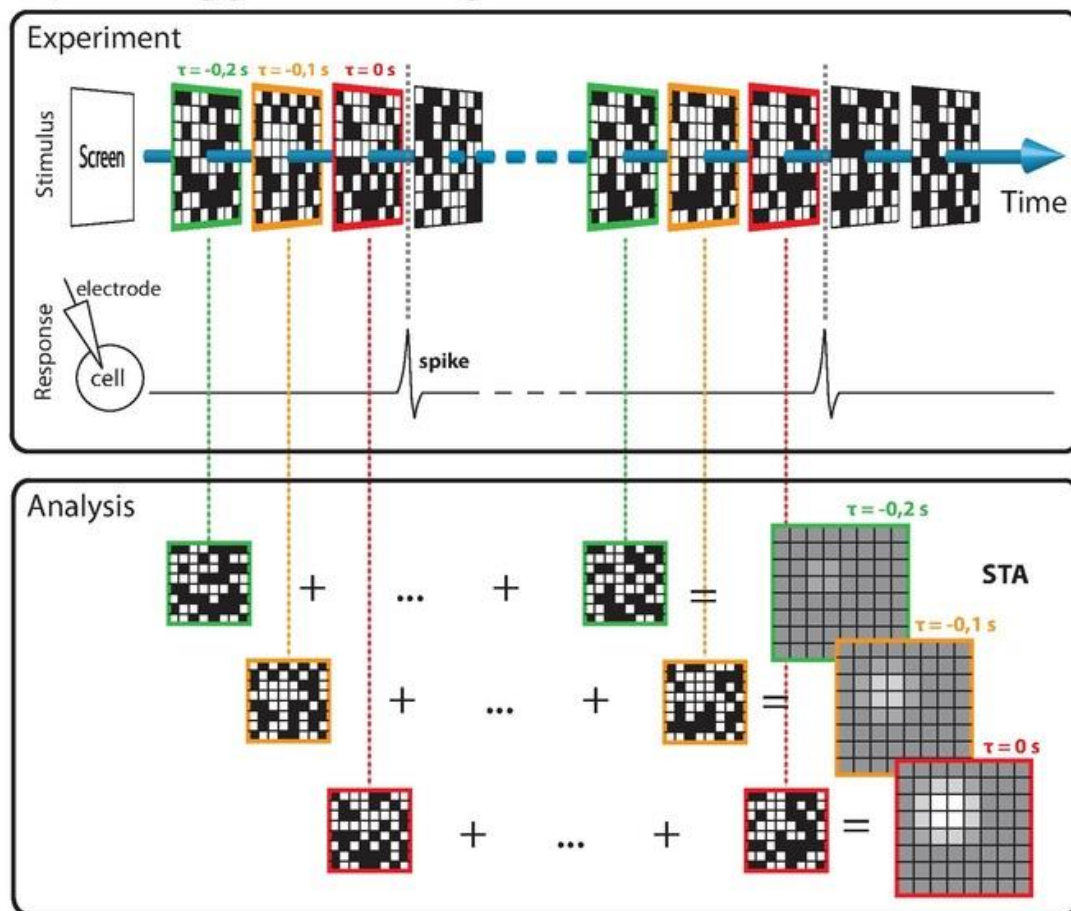
דוגמה בדו-מימד: גילוי תגובה מועדפת על נוירון



- **הנחה:** לנוירון יש גירוי אופטימלי אליו הוא "אוהב" להגיב. הנוירון מגיב כאשר הגירוי אליו הוא נחשף דומה לגירוי האופטימלי שלו.
- **שימוש:** אם נחשוף את הנוירון לגירוי כלשהו לאורך זמן ונבדוק מה היה הגירוי בעת ירי פוטנציאל פעולה נוכל לשערך את הגירוי האופטימלי.

דוגמה ב τ -מימד: גילוי תגובה מועדפת על נזירון

Spike-triggered average (STA)

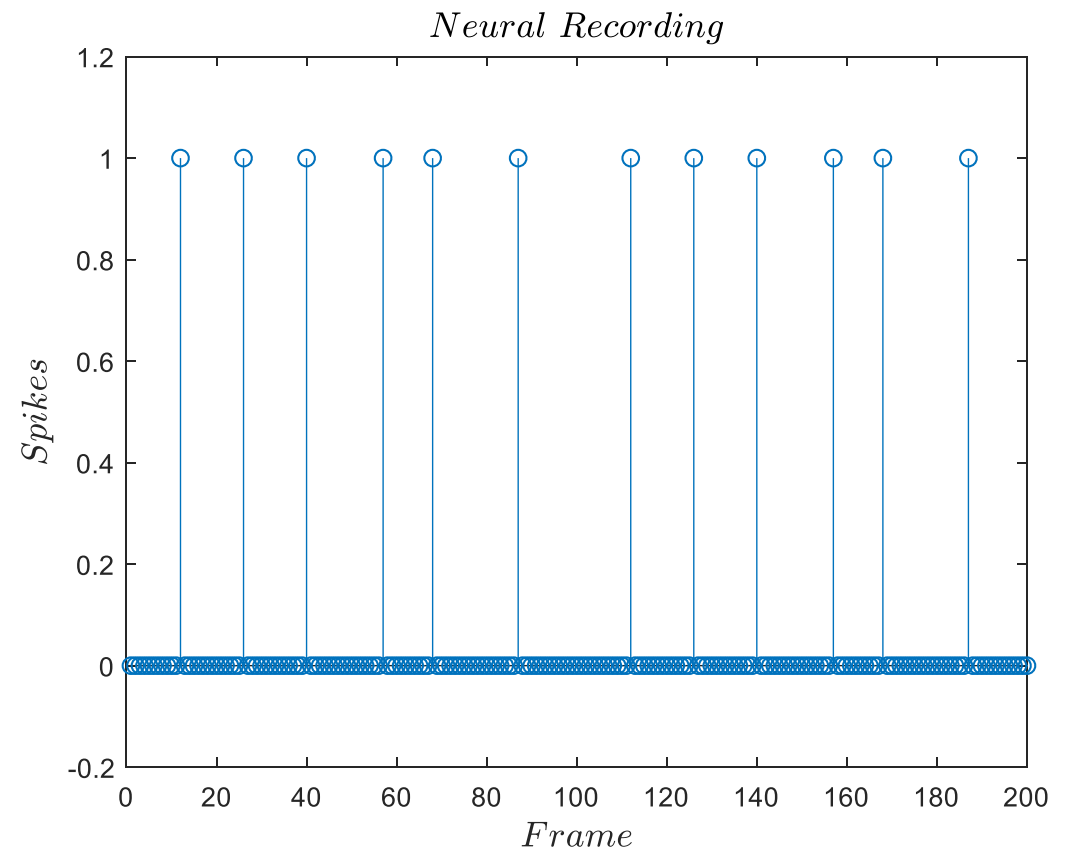
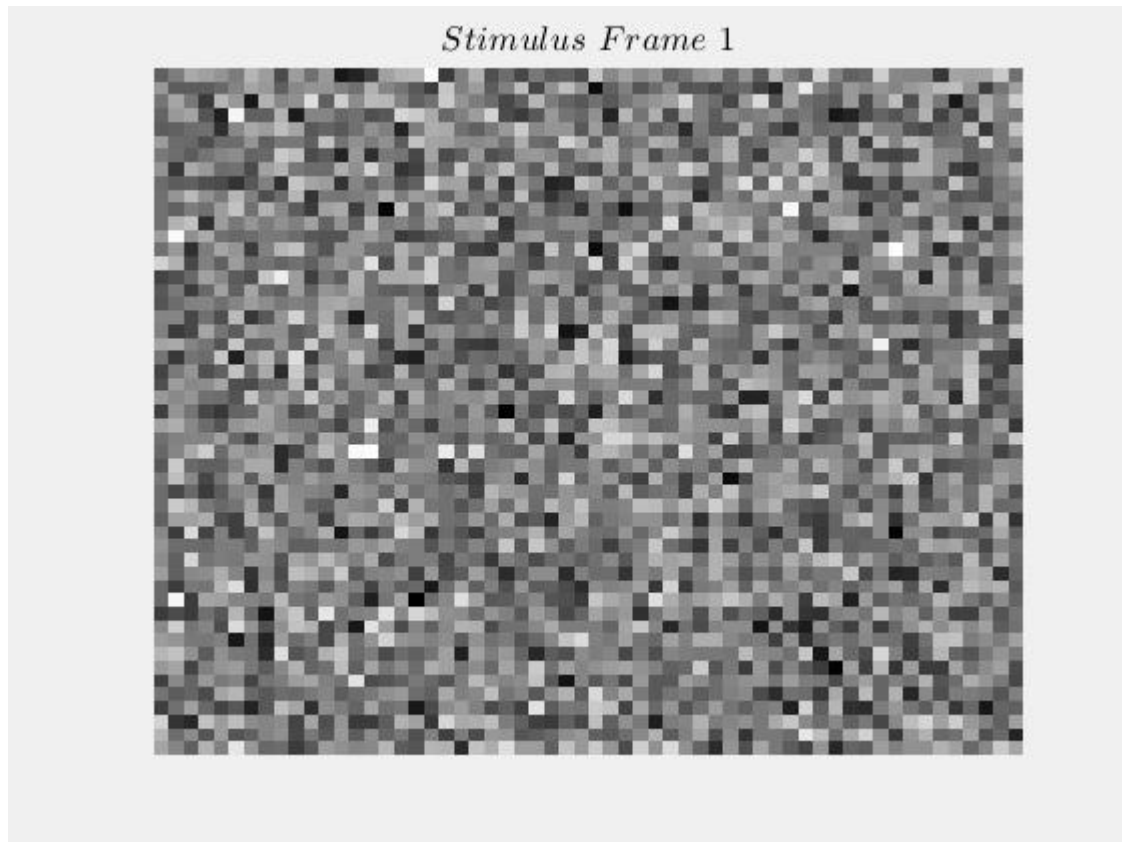


- הרעיון:

אם נמצע את התמונות אשר ברגע הקרנתם הנזירון "ירה" פוטנציאל פעולה, נוכל להשערך את התמונה הממוצעת שהוא מגיב אליה.

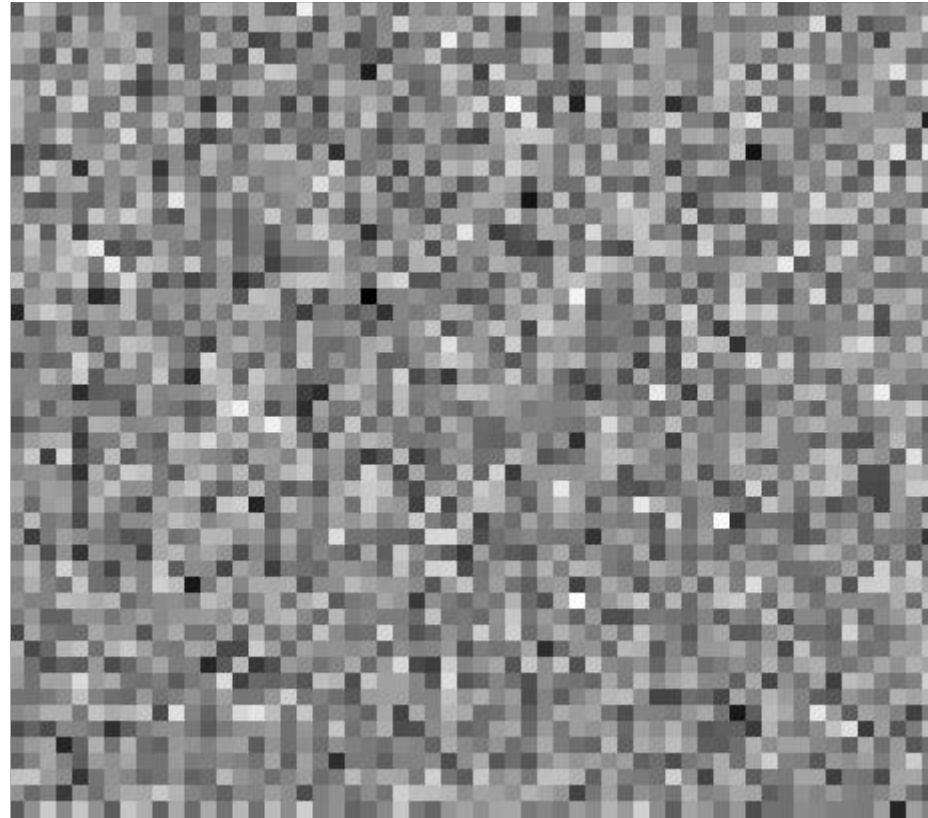
דוגמה ב^{דו}-מימד: גילוי תגובה מועדפת על נוירון

• נתון:

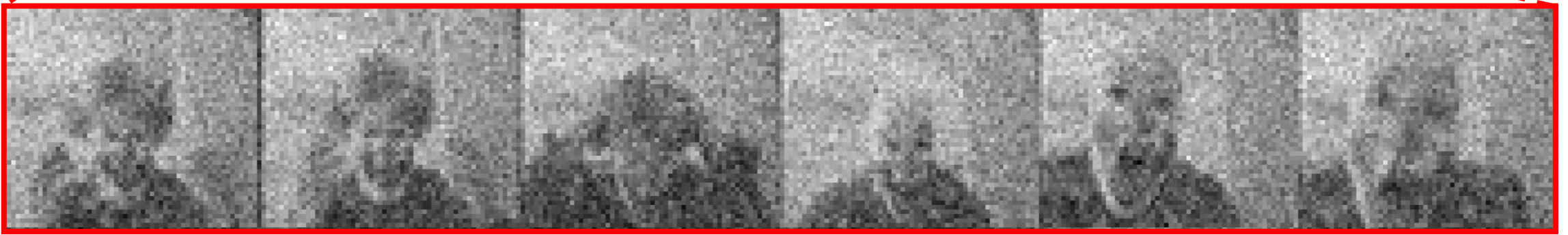


דוגמה ב~~דו~~-מימד: גילוי תגובה מועדפת על נוירון

$\pi = 3.14159$



דוגמה בדו-מימד: גילוי תגובה מועדפת על נוירון



$\tau = -500$ ms

הגירוי המועדף על הנוירון!

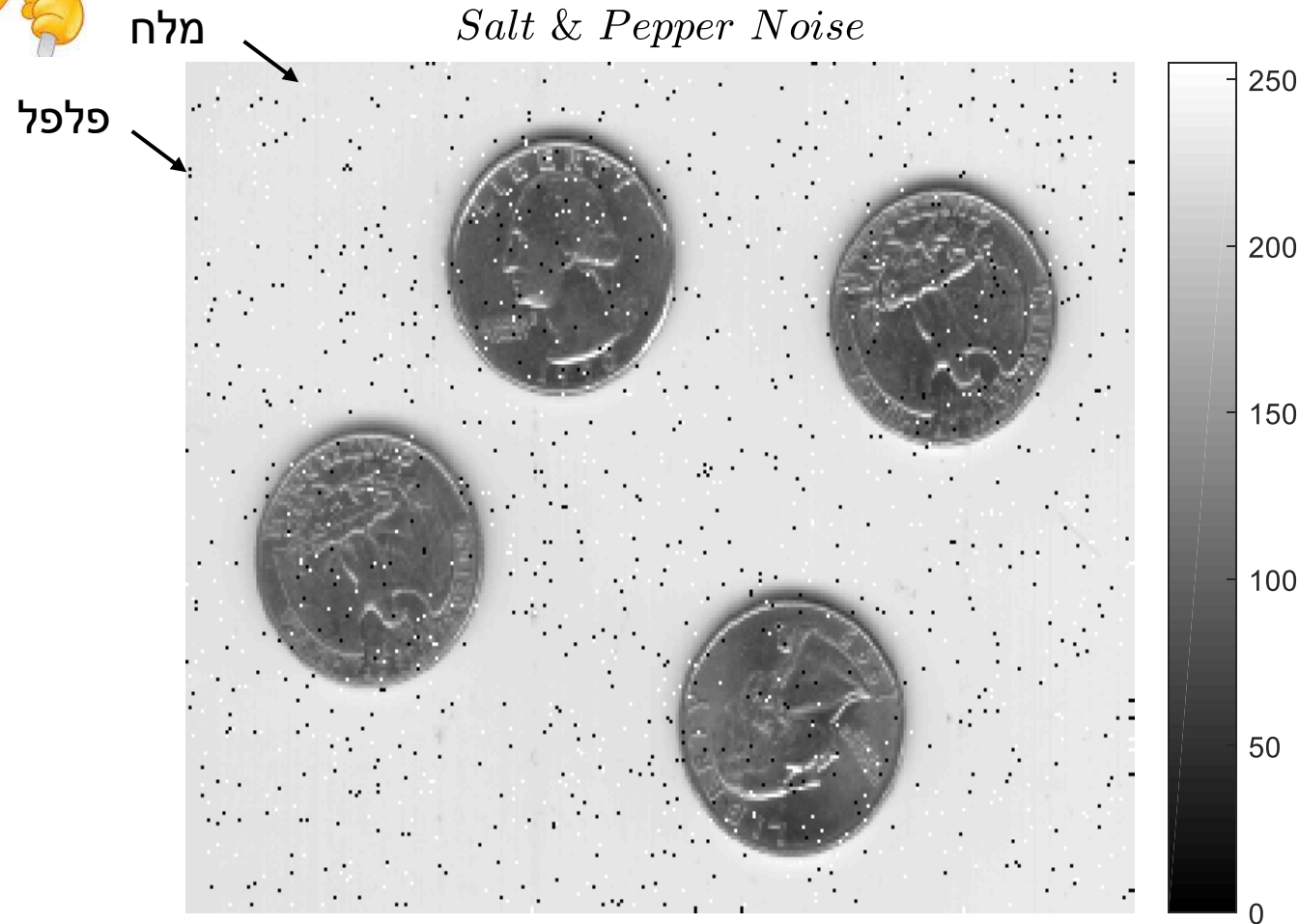
$\tau = -250$ ms

שאלה: מה זמן התגובה של הנוירון?

סוגי רעש בתמונות

- בכל הדוגמאות עד כה הנחנו רעש לבן גאוסי שמפולג זהה בזמן/במרחב.
- בתמונות לעיתים קרובות נתקלים בסוגים אחרים של רעש כגון:
 - רעש פואסון (בד"כ קריאת פוטונים)
 - רעש קשתות (בד"כ בתמונות CT)
 - רעש "מלח ופלפל" (בד"כ פיקסלים תקולים בסנסור)
 - וכו'
- לכל סוג רעש משתמשים במשערך אחר אשר מתאים לו.
- למשל עבור רעש "מלח ופלפל" נהוג להשתמש במסנן **חציון**.

רעש "מלח ופלפל" בדו-מימד

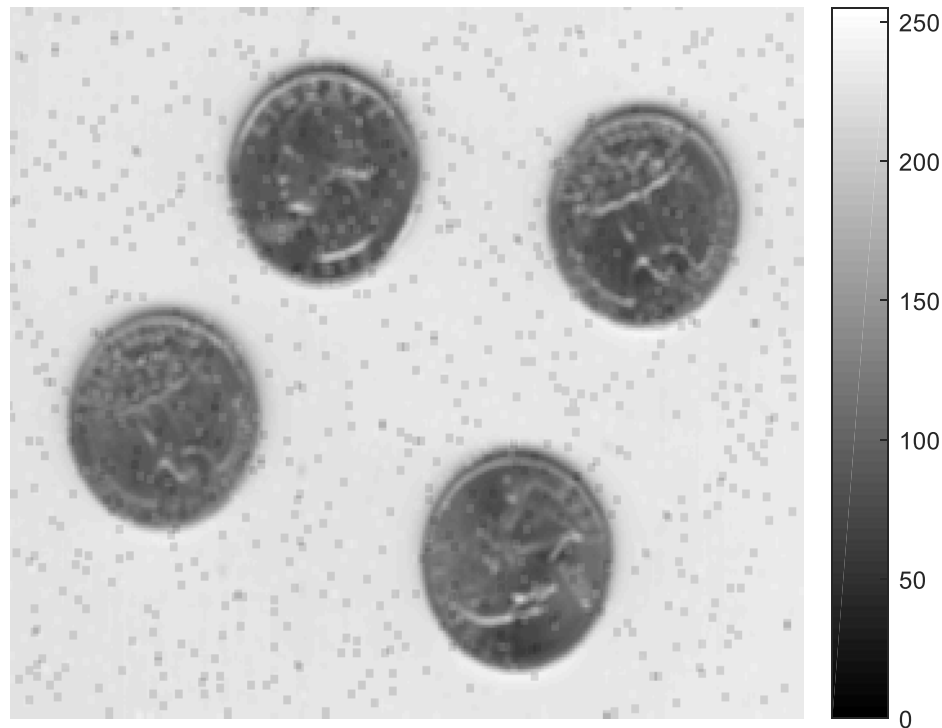


• רעש "מלח-ופלפל":

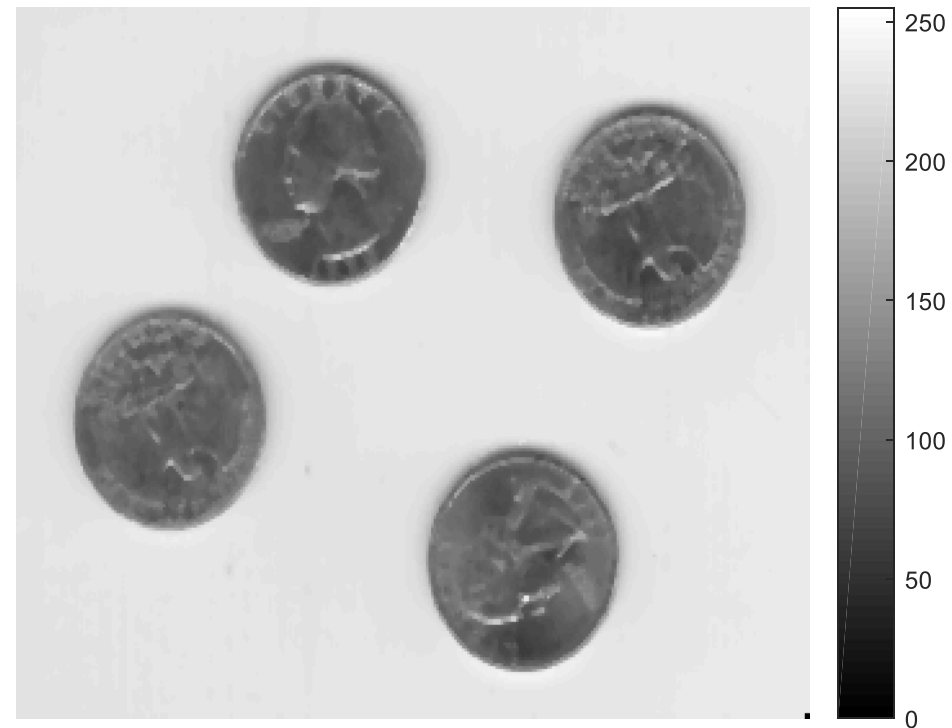
רעש "מלה ופלפל" ב~~דו~~-מימד

- תוצאת סינון התמונה עם מסנן מיצוע ועם מסנן **חציון**:

Average Filter



Median Filter



מה בתכנית?

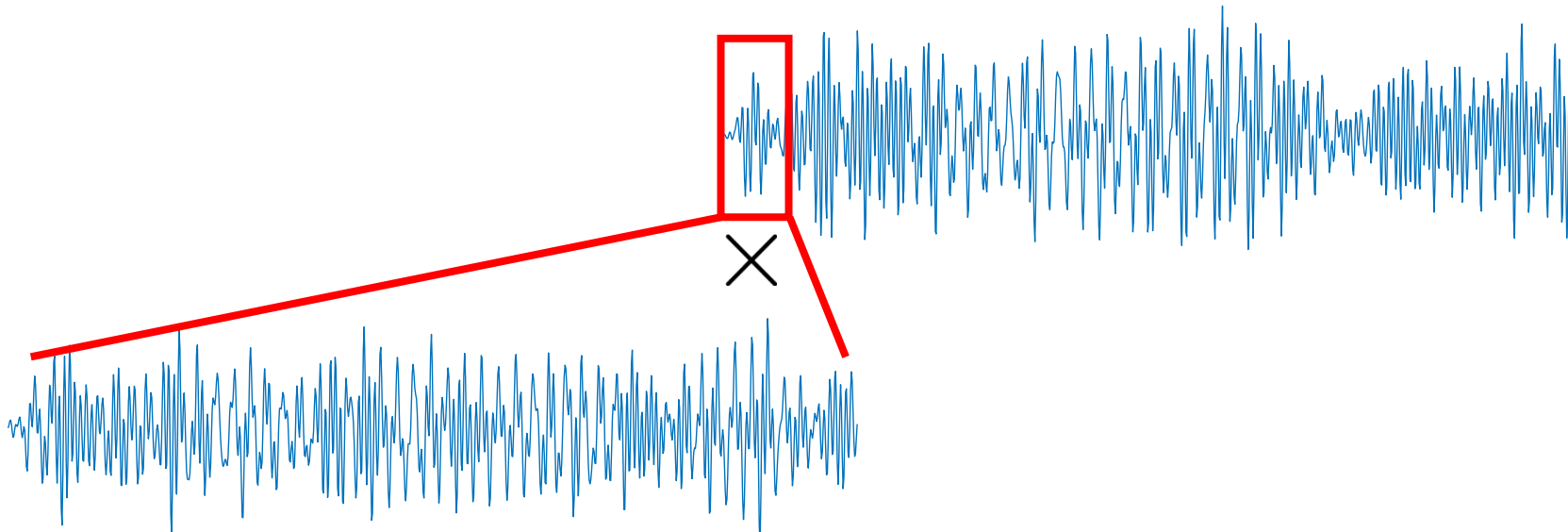
- ✓אותות ומערכות
- ✓סוגים של אותות
- ✓קוונטיזציה/דגימה
- ✓ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- ✓מסננים דיגיטלים

• שיערוך סטטיסטי

- ✓שיערוך ממדידות רועשות
- שימושים של פונקצית הקורלציה
- התמרות משולבות של זמן-תדר
- דוגמה מסכמת

פונקציות קורלציה

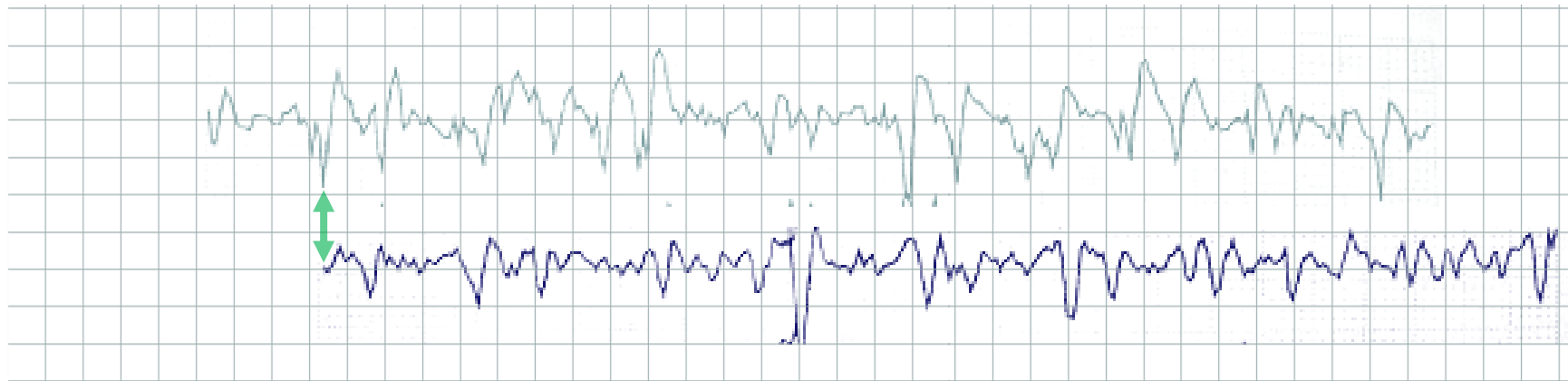
- פעולה הקורלציה מאוד מזכירה את פעולה הקונבולוציה.
- ישנם שני הבדלים עיקריים בין קורלציה לקונבולוציה:
 - בקורלציה לא הופכים את המסנן לפני תחילת תהליך ה-"הזזה-כפל-סכימה"
 - בד"כ בקורלציה המסנן הוא בעצמו אות אחר.



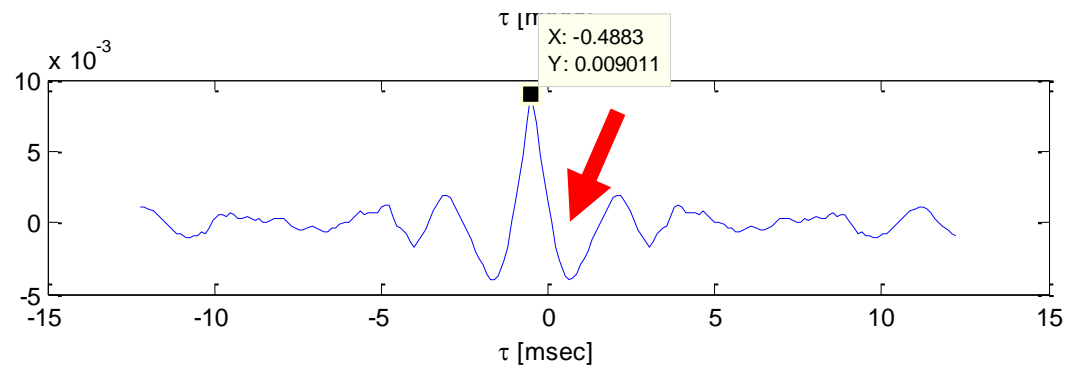
שערוך השהיה

- כללי המשחק:
 - נתונים שני אותות שמכילים מידע זהה
 - האותות מושהים זה ביחס לזה
 - לכל אחד מהם התווסף רעש שונה
- מטרה:
 - נרצה לשערך את ההשהייה בין האותות
- שאלה: למה המשימה הזאת לא טריוויאלית?
 - כי לכל אות התווסף רעש **שונה!**

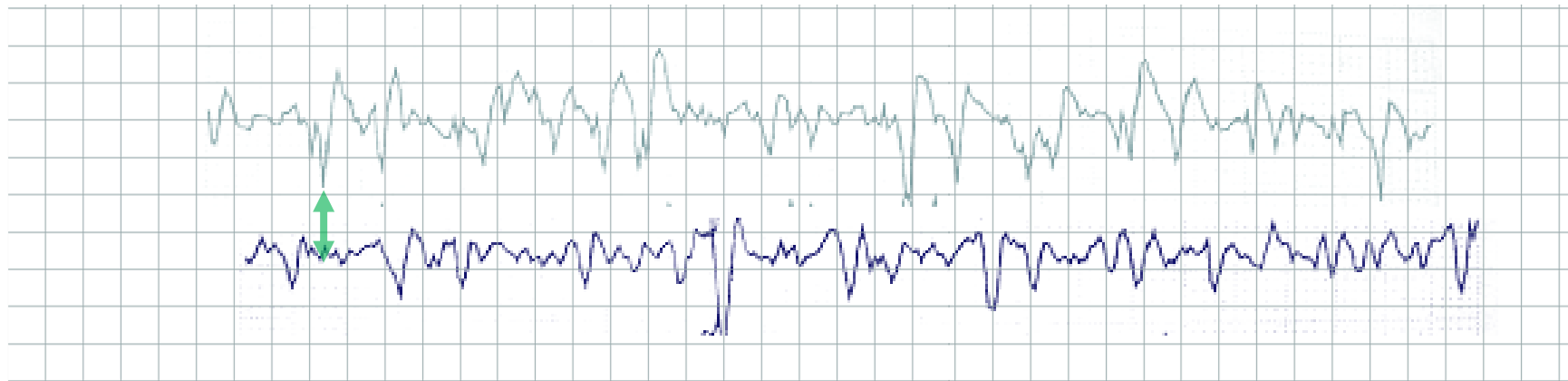
שערוך השהיה - המחשה



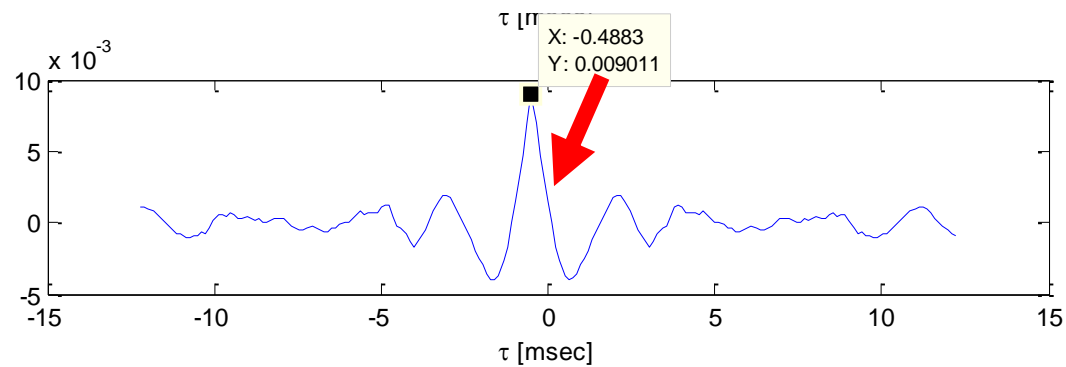
$$\tau = 0$$



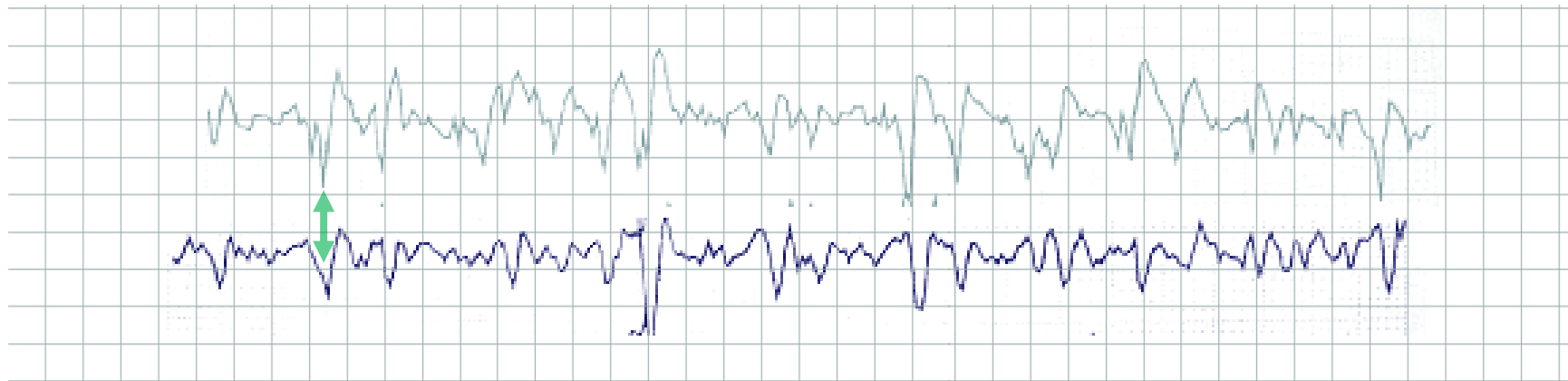
שערוך השהיה - המחשה



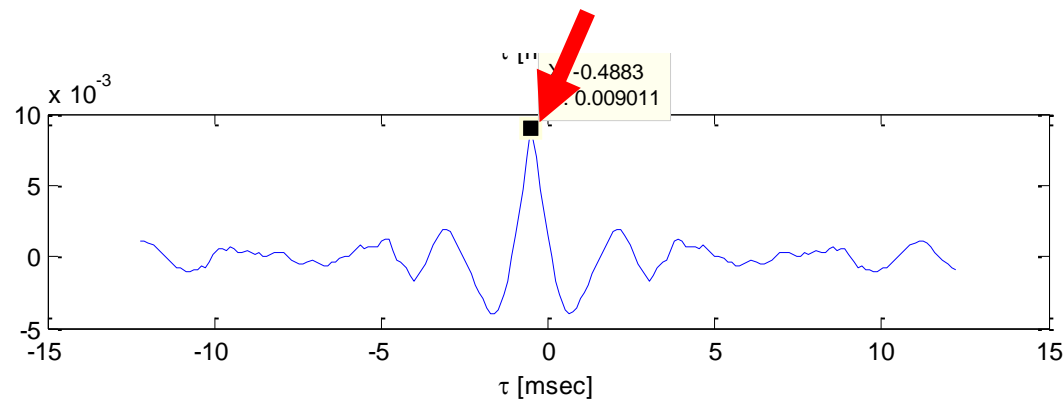
$$\tau = -0.2$$

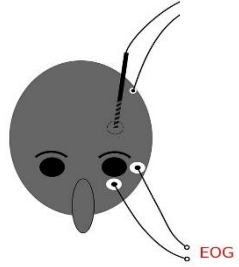


שערוך השהיה - המחשה



$$\tau = -0.49$$

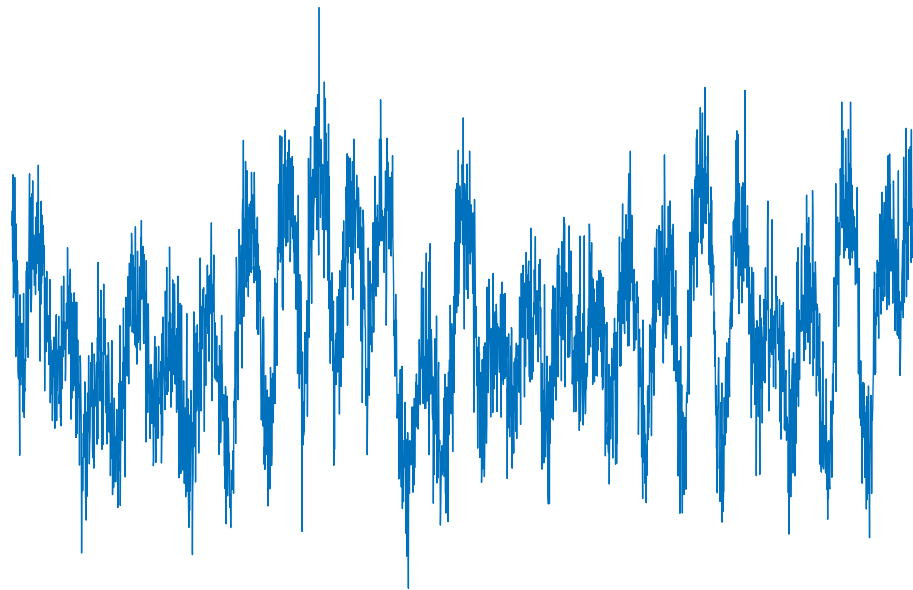




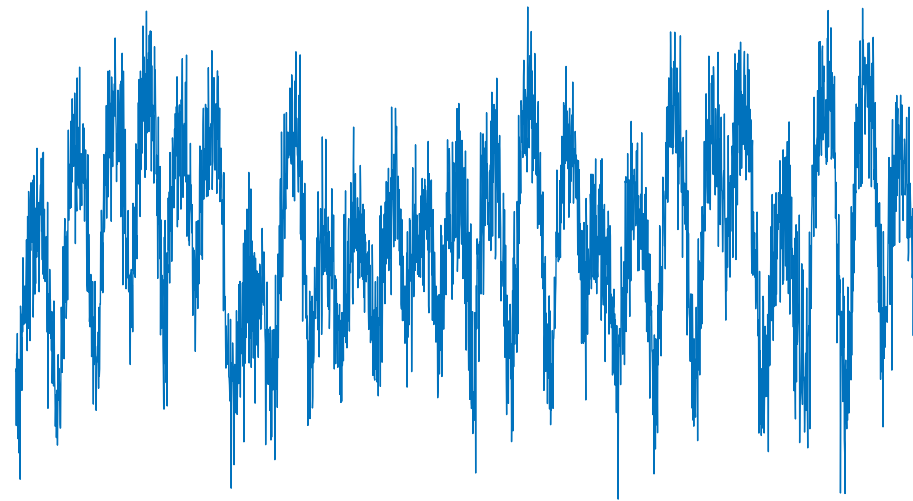
שיערוך השהייה בין אותות EOG

- למשל נתונות שתי מדידות של אות עיניים:

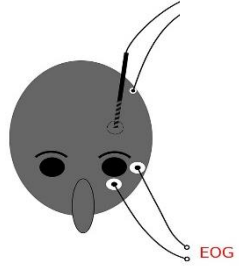
Measurement From Sensor 1



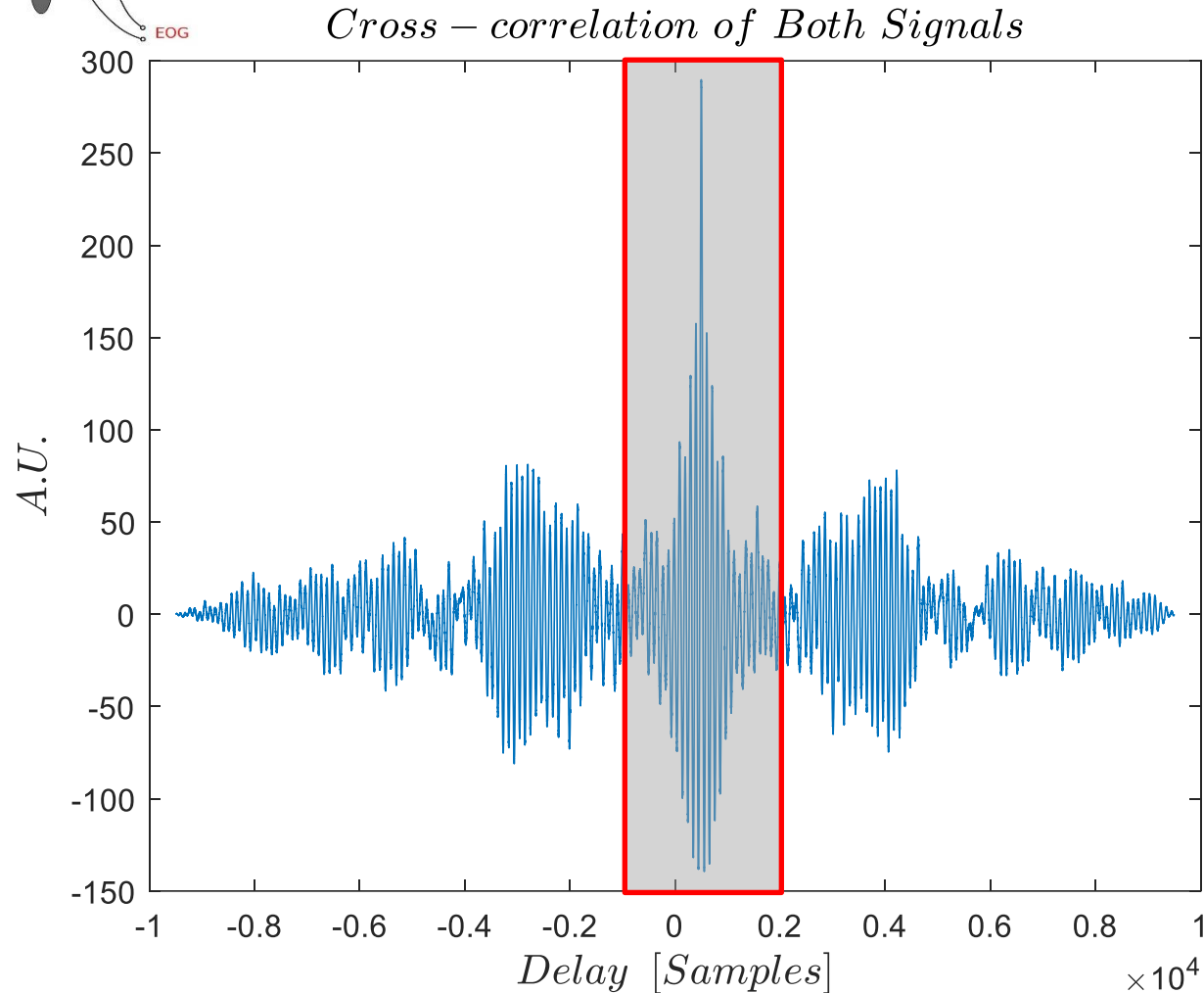
Measurement From Sensor 2



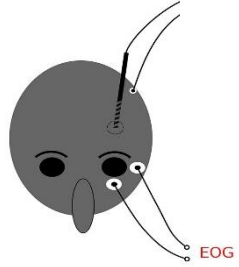
- שאלה: איך נמצא את ההשהייה בין שתי האותות?



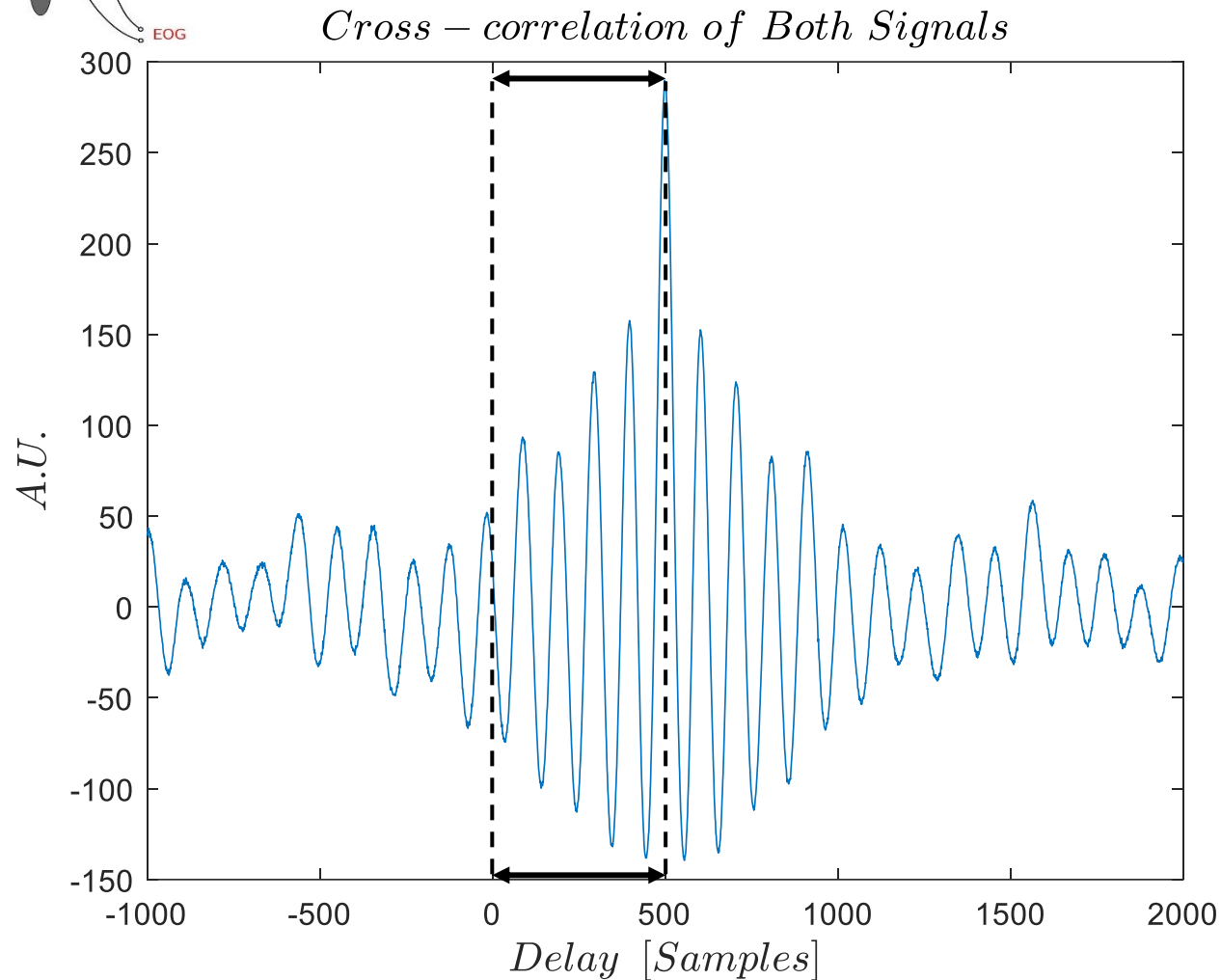
שיערוך השהייה בין אותות EOG



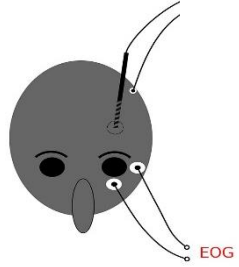
- פתרון: נחשב את פונקציית הקרוס-קורלציה:



שיערוך השהייה בין אותות EOG



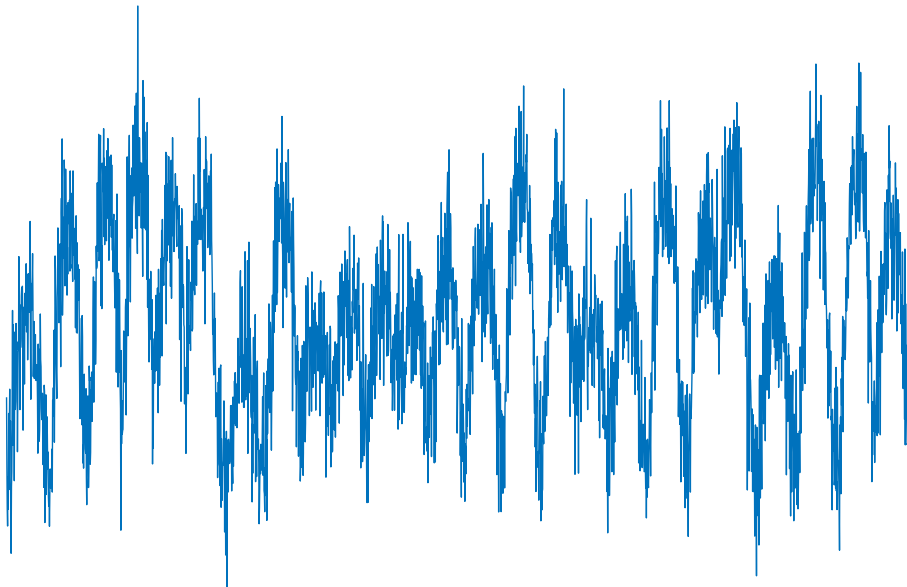
- פתרון: נבדוק כמה זז הפיק מ-0:



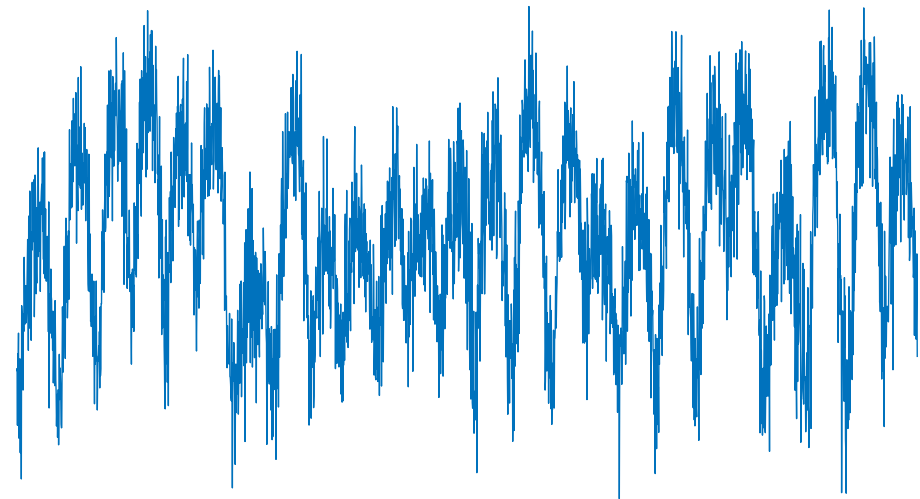
שיערוך השהייה בין אותות EOG

- פתרון: נזיז את האות הראשון ב-500 דגימות אחורה ונקבל:

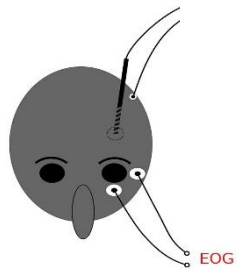
Measurement From Sensor 1



Measurement From Sensor 2

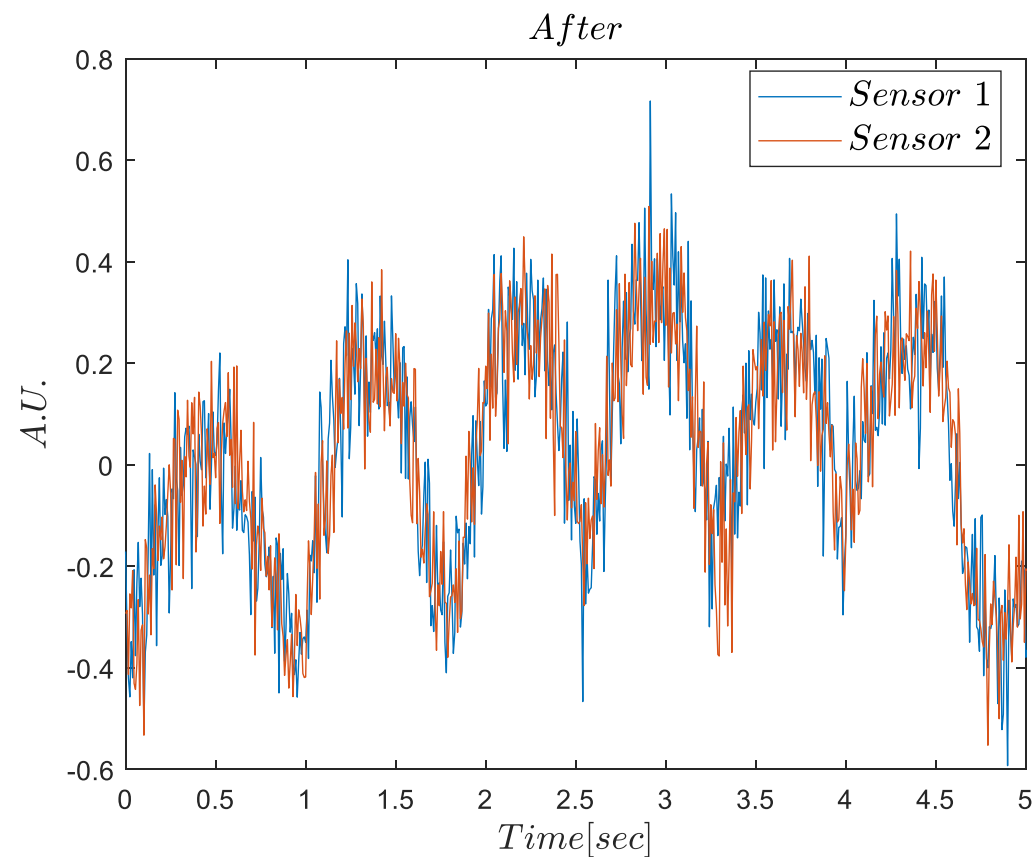
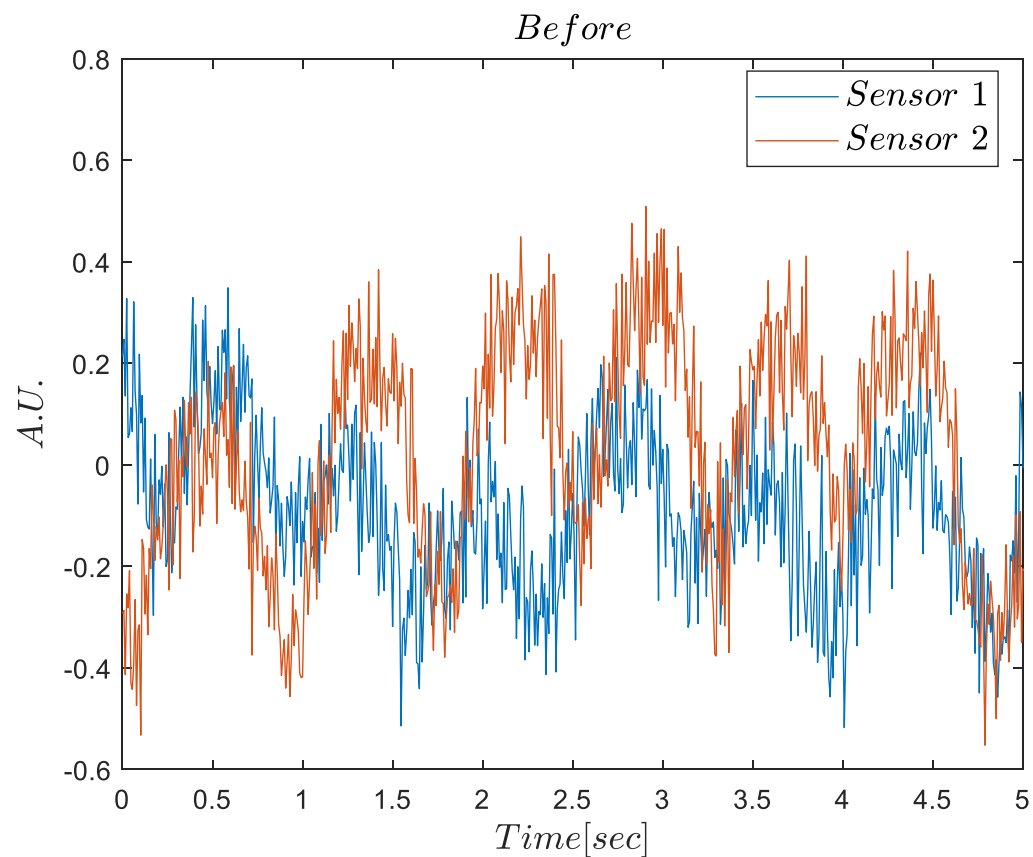


- האם אכן קיבלנו התאמה בין שני האותות?



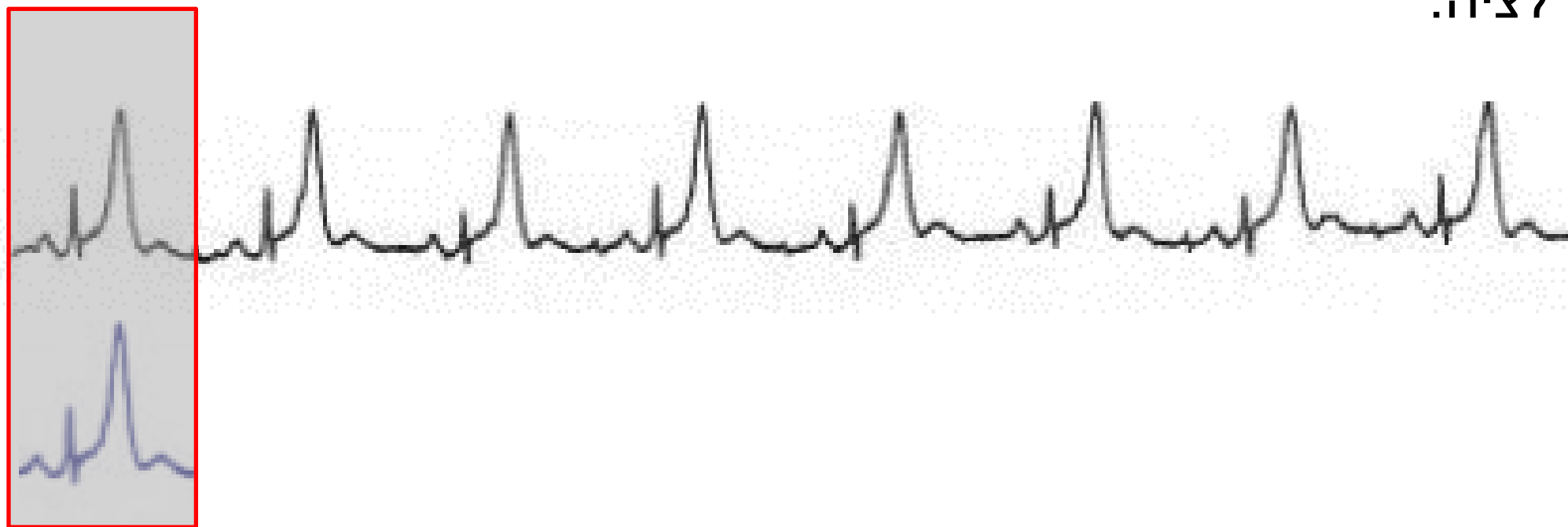
שיערוך השהייה בין אותות EOG

- בדיקה מקרוב מראה שכן:

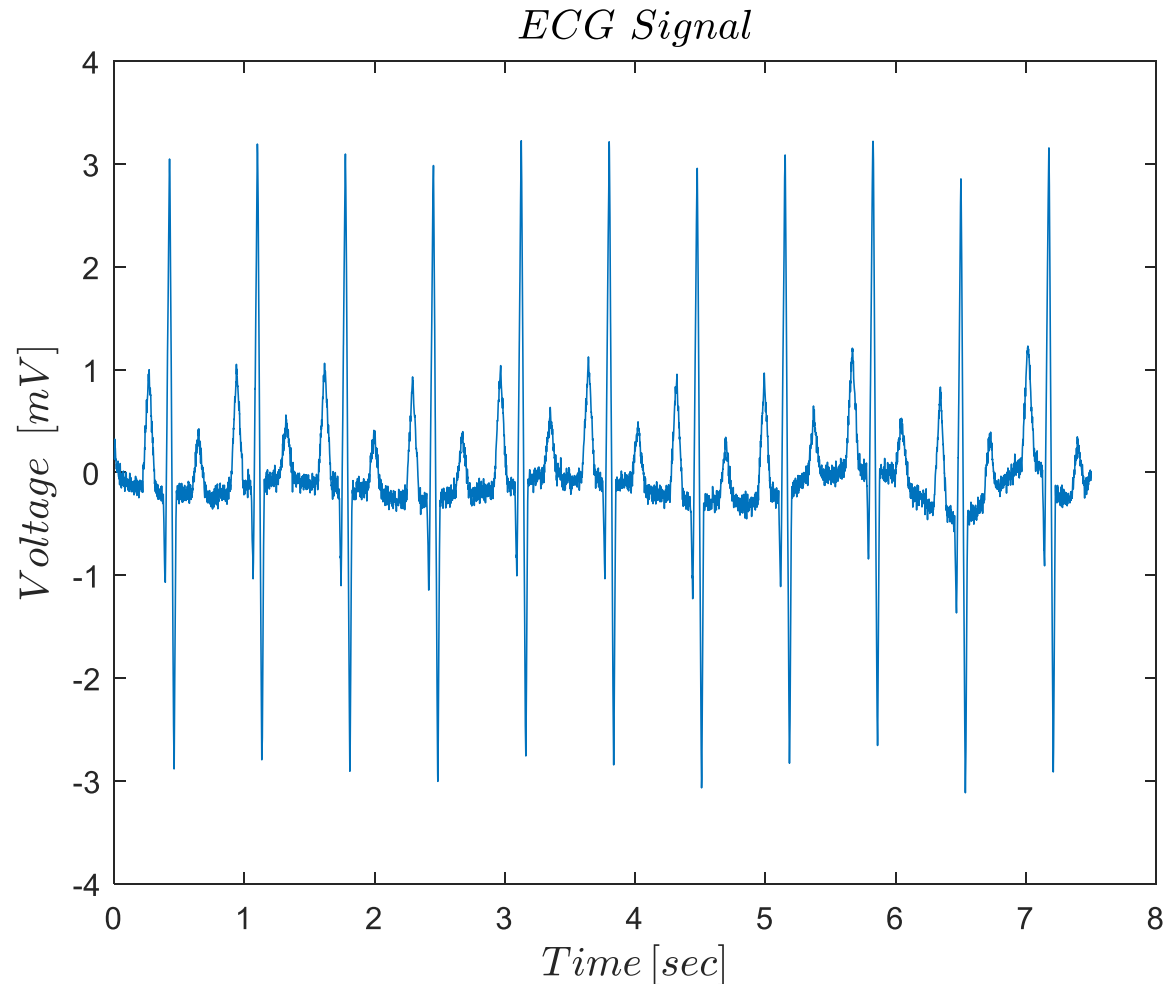


זיהוי מאורעות / חיפוש תבניות

- אפליקציה אחרת בה משתמשים בקורלציה היא זיהוי מאורעות/אובייקטים.
- אם אנחנו יודעים מה "התבנית" שאנחנו מחפשים, ניתן למצוא אותה בעזרת קורלציה:



דוגמה: מציאת קומפלקס QRS באות ECG

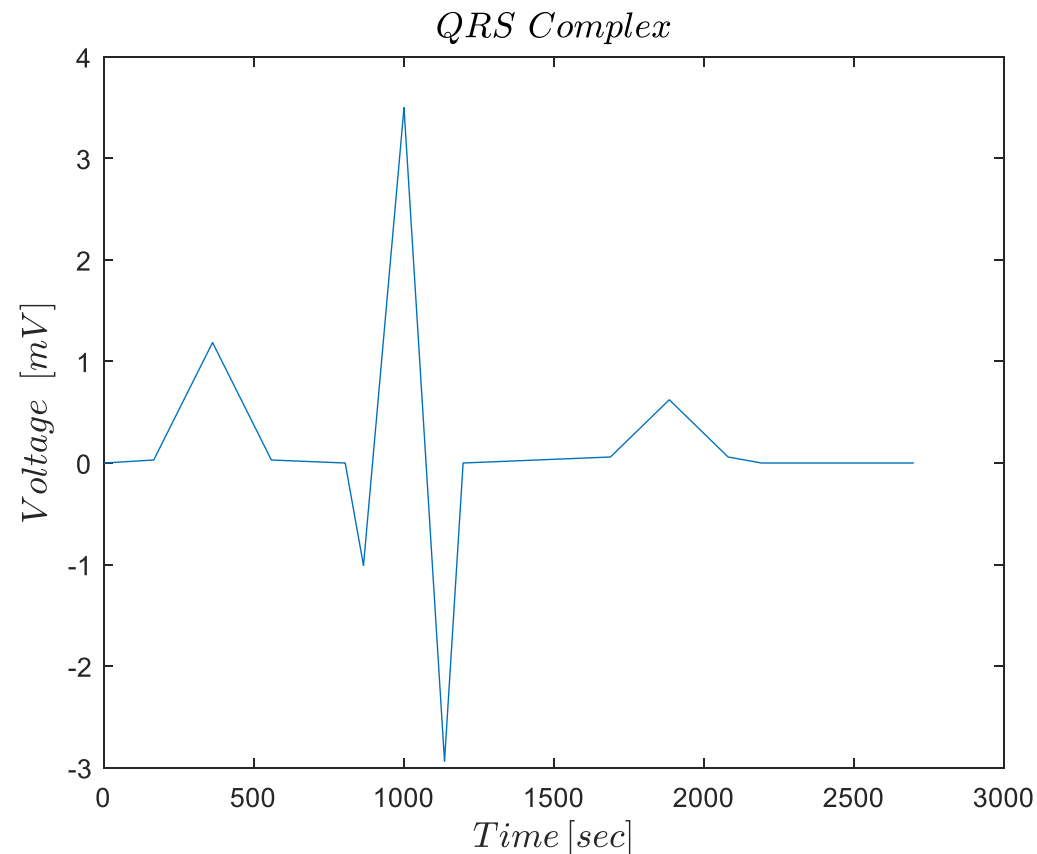


- נתון: אות ECG ~ מיושר (לאחר הסרת ההיסט):

- המשימה: זיהוי מיקומי הפעימות לניתוח קצת הלב.
- שאלה: איך נעשה זאת?

דוגמה: מציאת קומפלקס QRS באות ECG

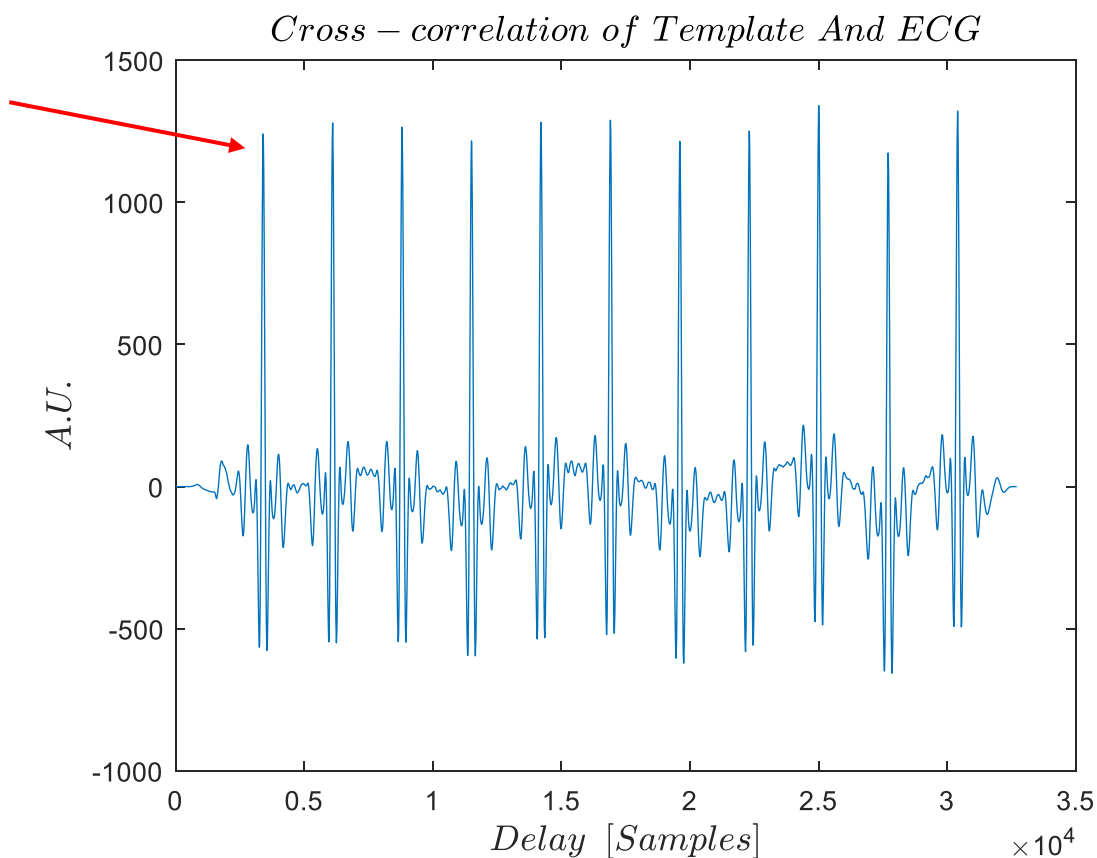
- אות ה-ECG מאופיין ע"י חזרות של אותה תבנית הנקראת קומפלקס QRS:



דוגמה: מציאת קומפלקס QRS באות ECG

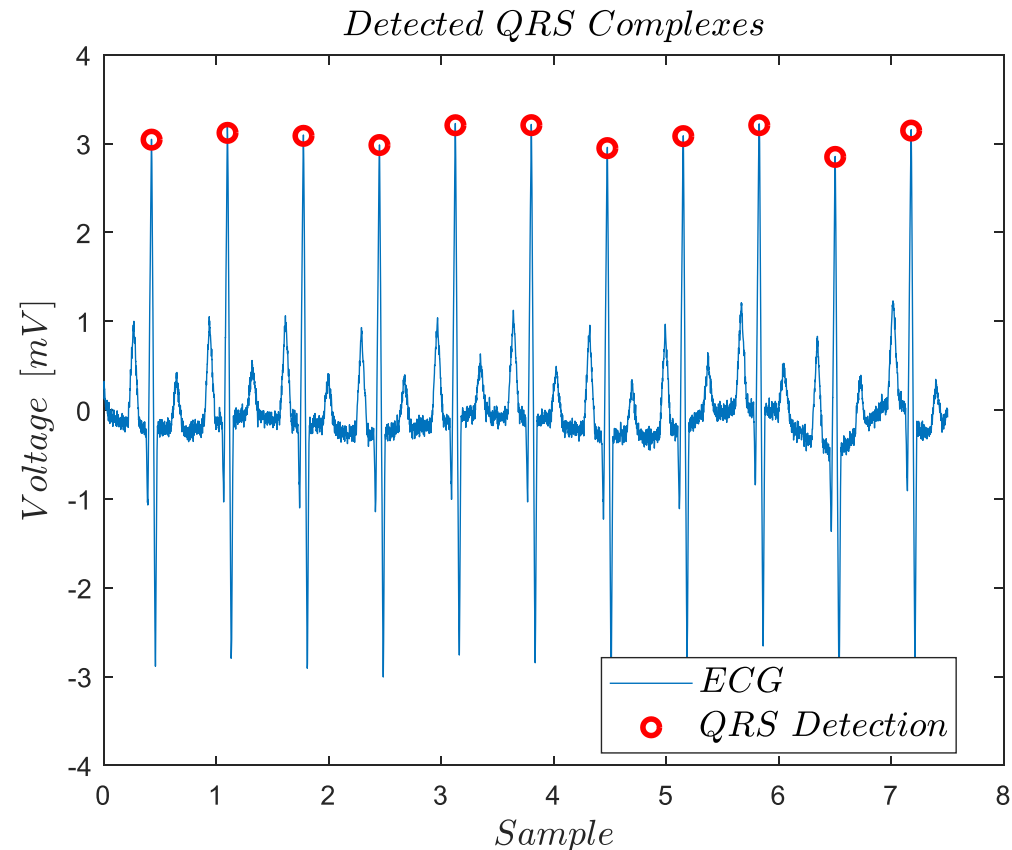
- פתרון: נחשב את ה**קרוס-קורלציה** בין התבנית לאות ה-ECG:

קרוס-קורלציה מקבלת
מקסימום = במיקום זה
ישנה התאמה טובה
לתבנית



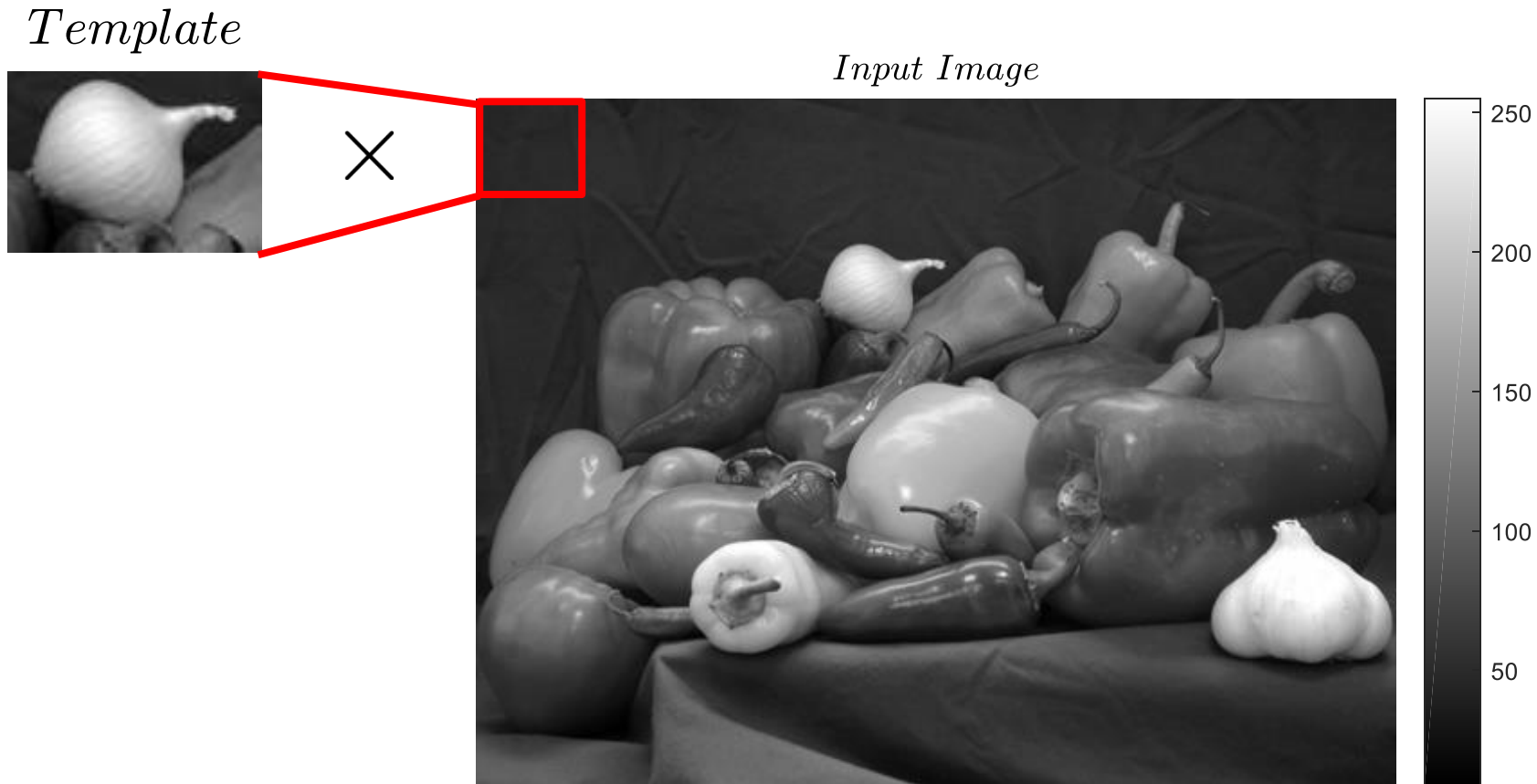
דוגמה: מציאת קומפלקס QRS באות ECG

- פתרון: להלן מיקומי המקסימות בקרוס-קורלציה על גבי האות ECG:

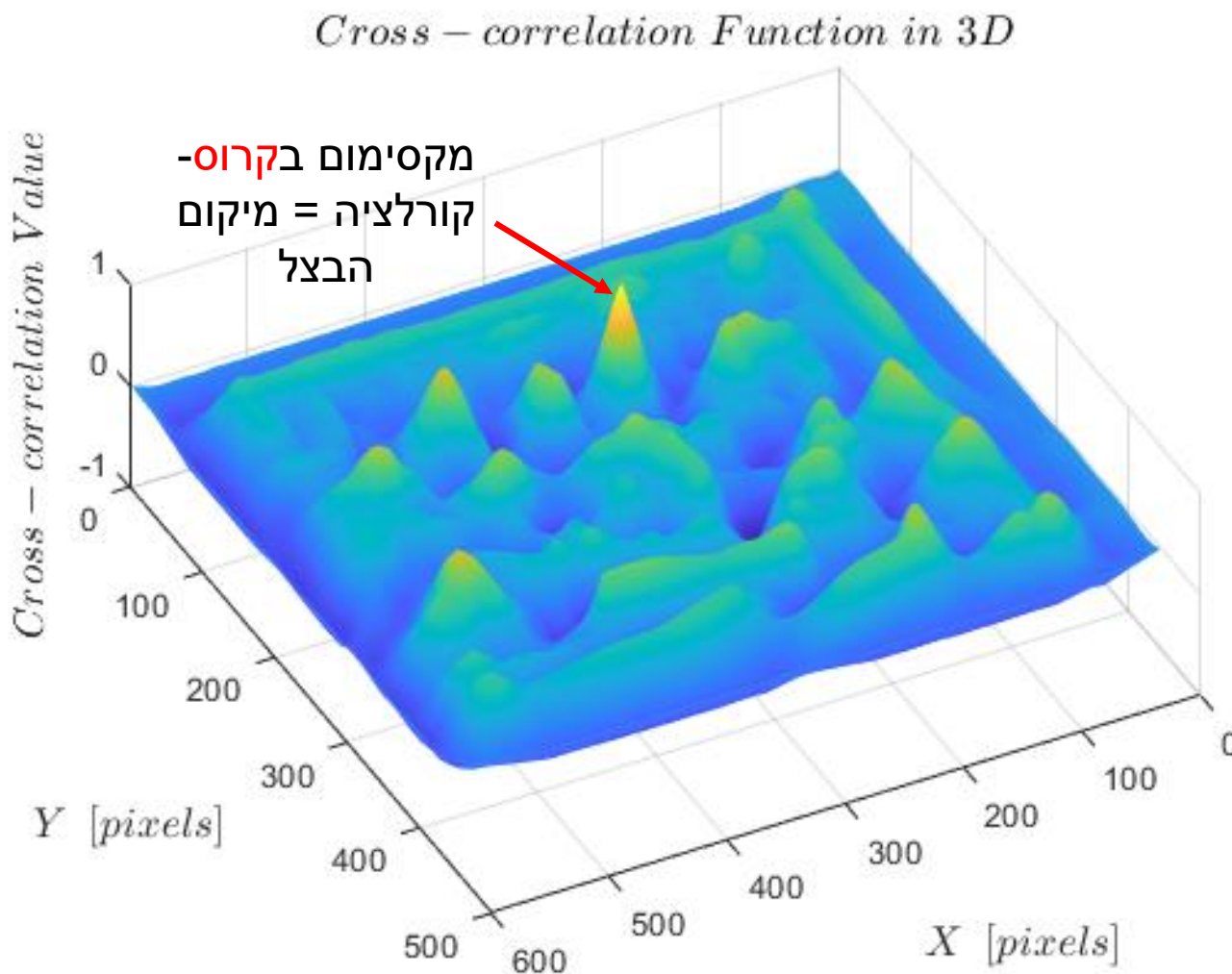


דוגמה ב**דו**-מימד: זיהוי אובייקט בתמונה

- אותו הגיון כמו ב**חד**-מימד רק שעכשיו התבנית היא מטריצה/תמונה קטנה:



דוגמה ב-**דו**-מימד: זיהוי אובייקט בתמונה

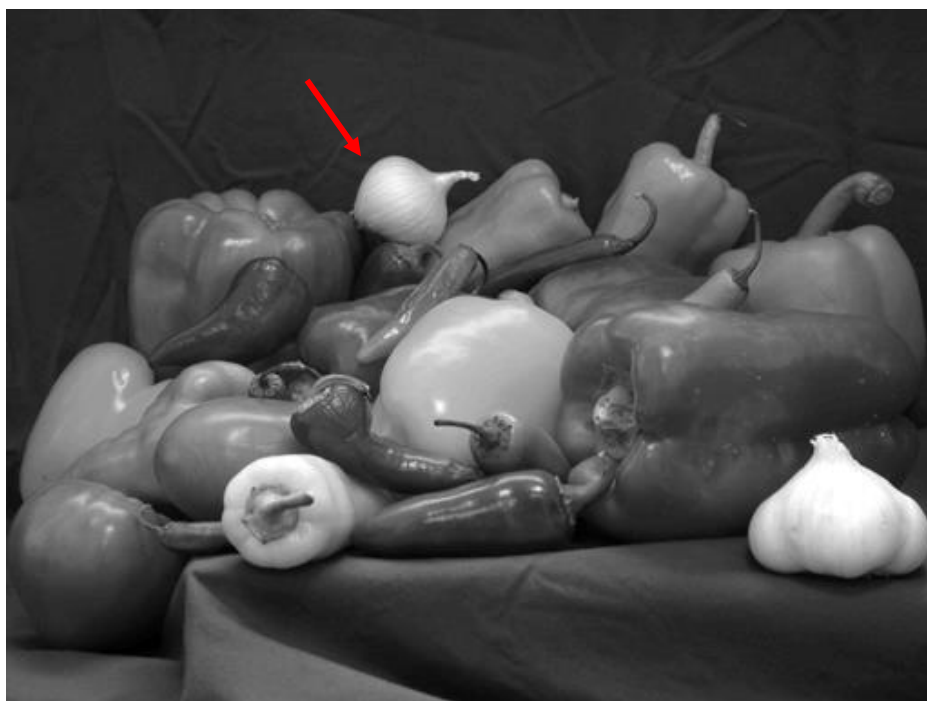


- פונקציית הקרוס-קורלציה ה-**דו**-מימדית תראה כך:

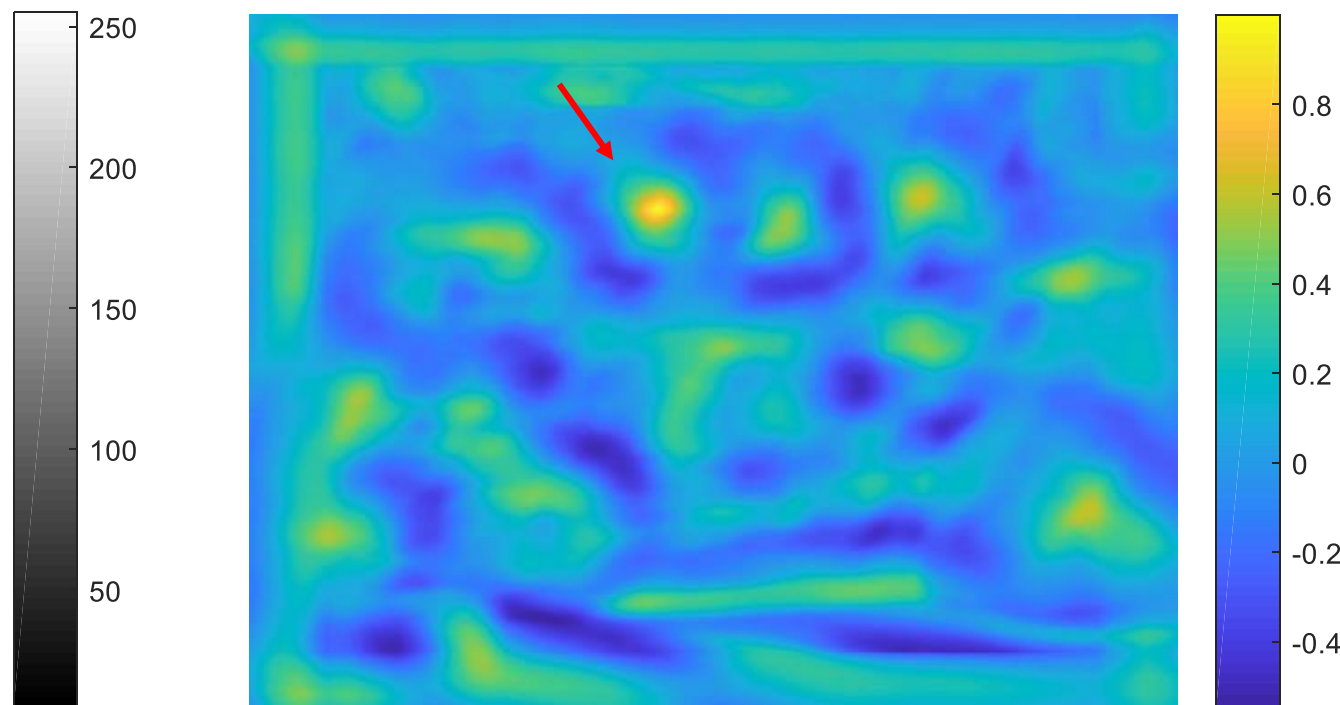
דוגמה ב*דו*-מימד: זיהוי אובייקט בתמונה

- מקסימום ב*קרוס*-קורלציה = מיקום הבצל:

Input Image

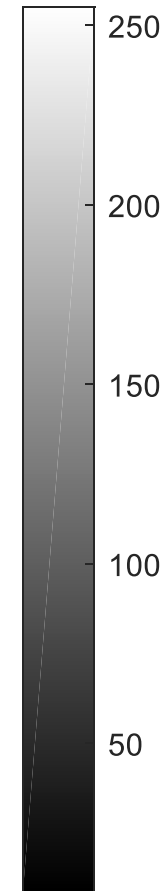
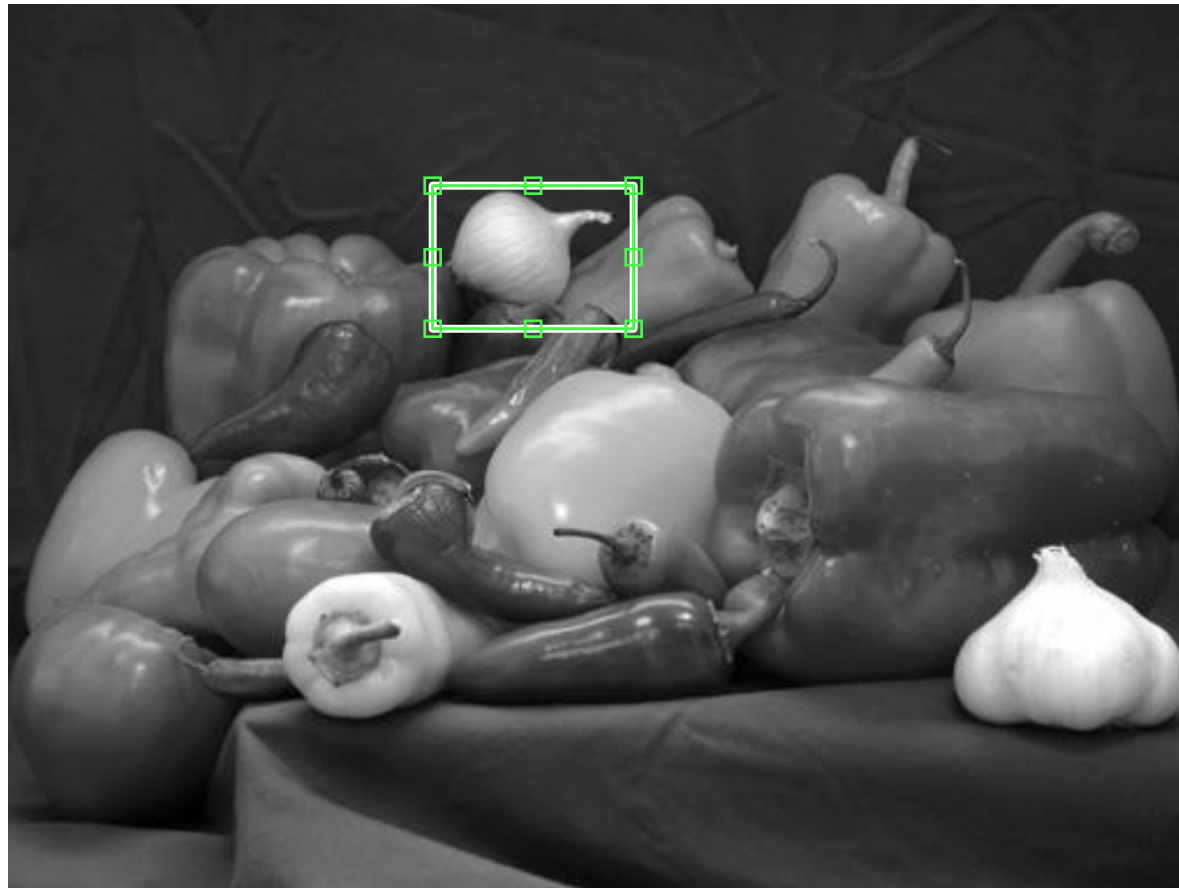


Cross – correlation Function in 2D



דוגמה ב^{דו}-מימד: זיהוי אובייקט בתמונה

Detected Template



- התוצאה הסופית תראה כך:

מה בתכנית?

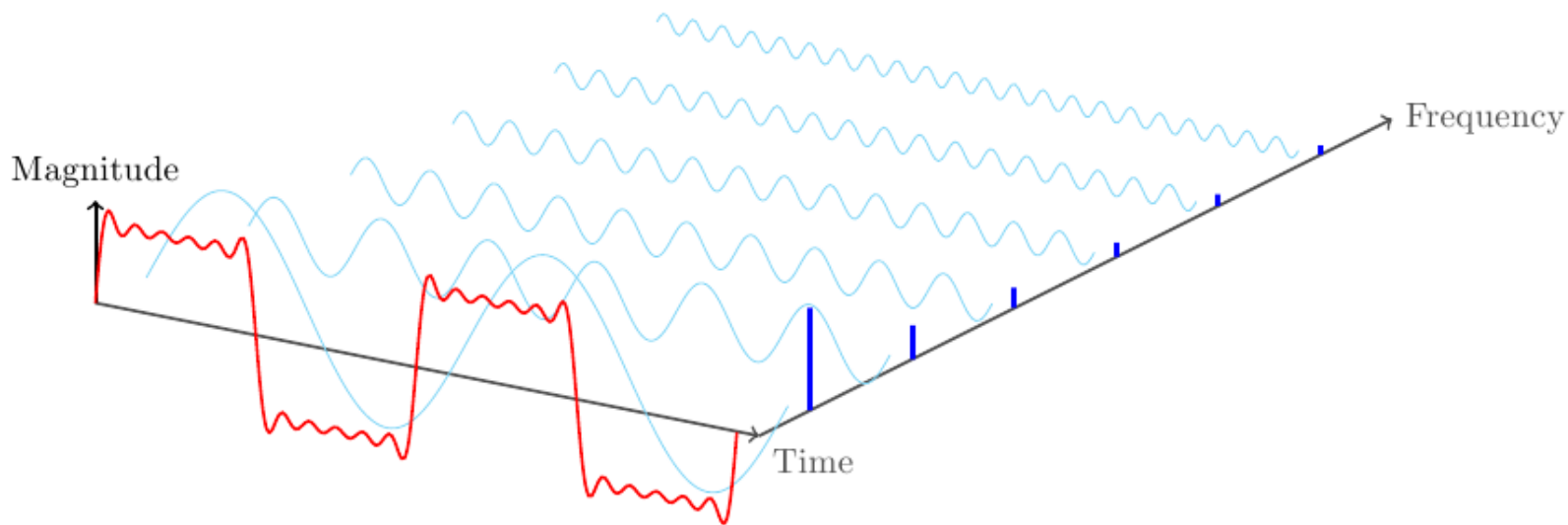
- ✓אותות ומערכות
- ✓סוגים של אותות
- ✓קוונטיזציה/דגימה
- ✓ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- ✓מסננים דיגיטלים

• שיערוך סטטיסטי

- ✓שיערוך ממדידות רועשות
- ✓שימושים של פונקצית הקורלציה
- התמרות משולבות של זמן-תדר
- דוגמה מסכמת

אותות משתנים בזמן / לא "סטציונריים"

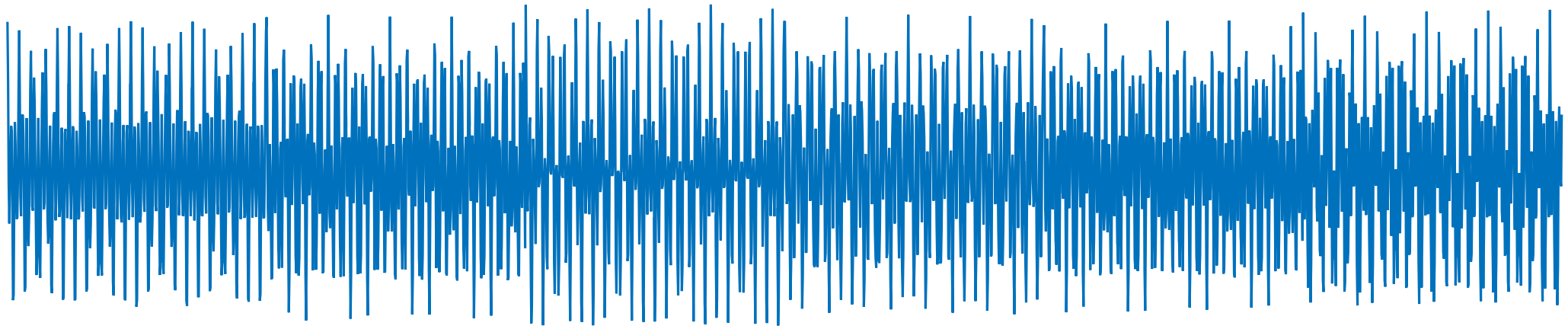
- תזכורת: בחלק הראשון אמרנו שלעיתים קרובות נוח יותר לייצג אותות במישור התדר:



- שאלה: איך נאפיין אותות שמשנים את התכולה התדרית בזמן?

אותות משתנים בזמן: דוגמה

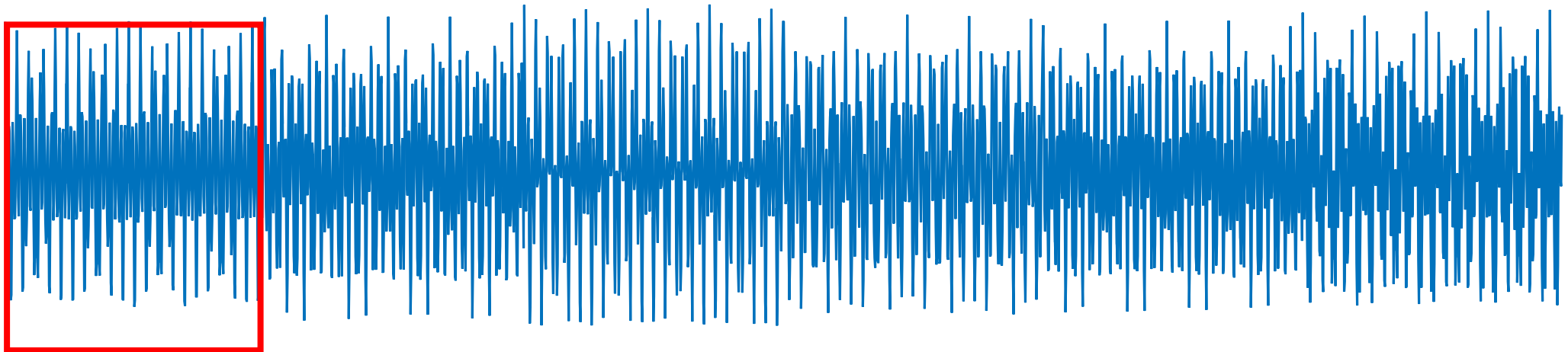
- למשל נתון אות ה-EEG הבא:



- ניתן לראות שהתכולה התדרית של האות משתנה כפונקציה של הזמן.
- התמרת פורייה לכל האות לא תשקף את האינפורמציה הזמנית הרגעית במדידה. מה אפשר לעשות?

התמרת פורייה ל"זמן קצר" / STFT

- נעבור על האות במקטעים ונחשב את התמרת פורייה של כל מקטע:

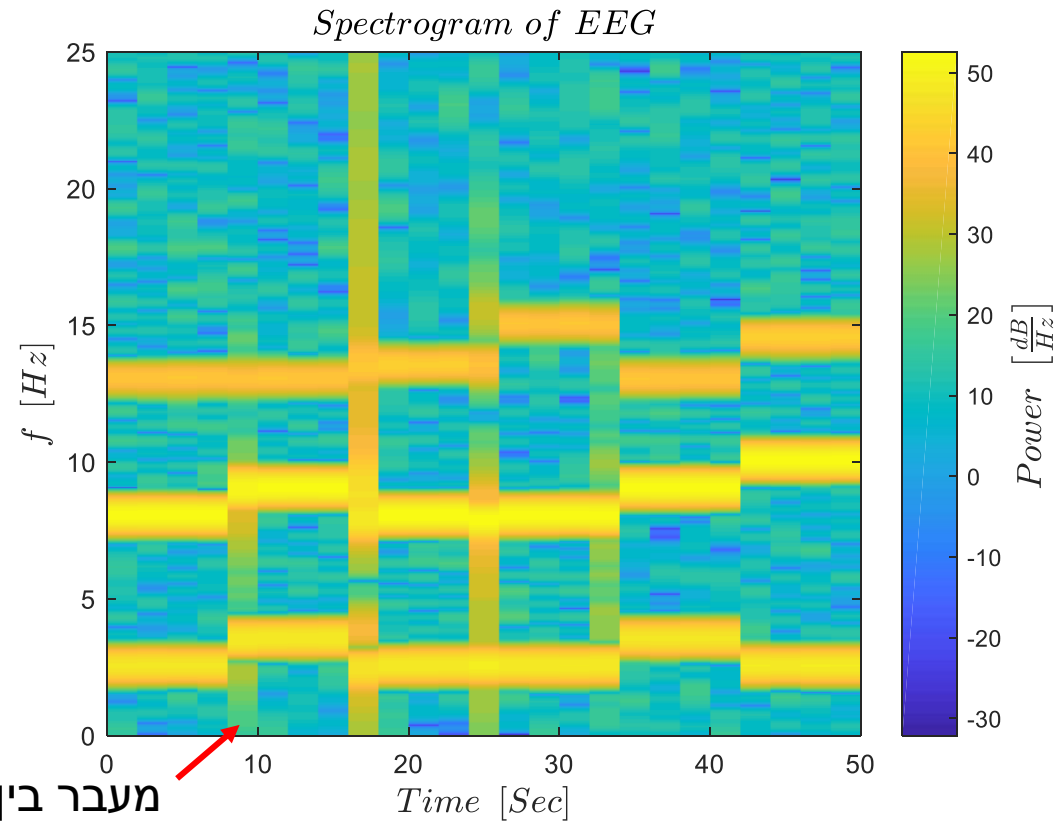


חישוב
התמרת
פורייה

- נציג את התוצאה במטריצה (שקף הבא).

התמרת פורייה ל"זמן קצר" / STFT

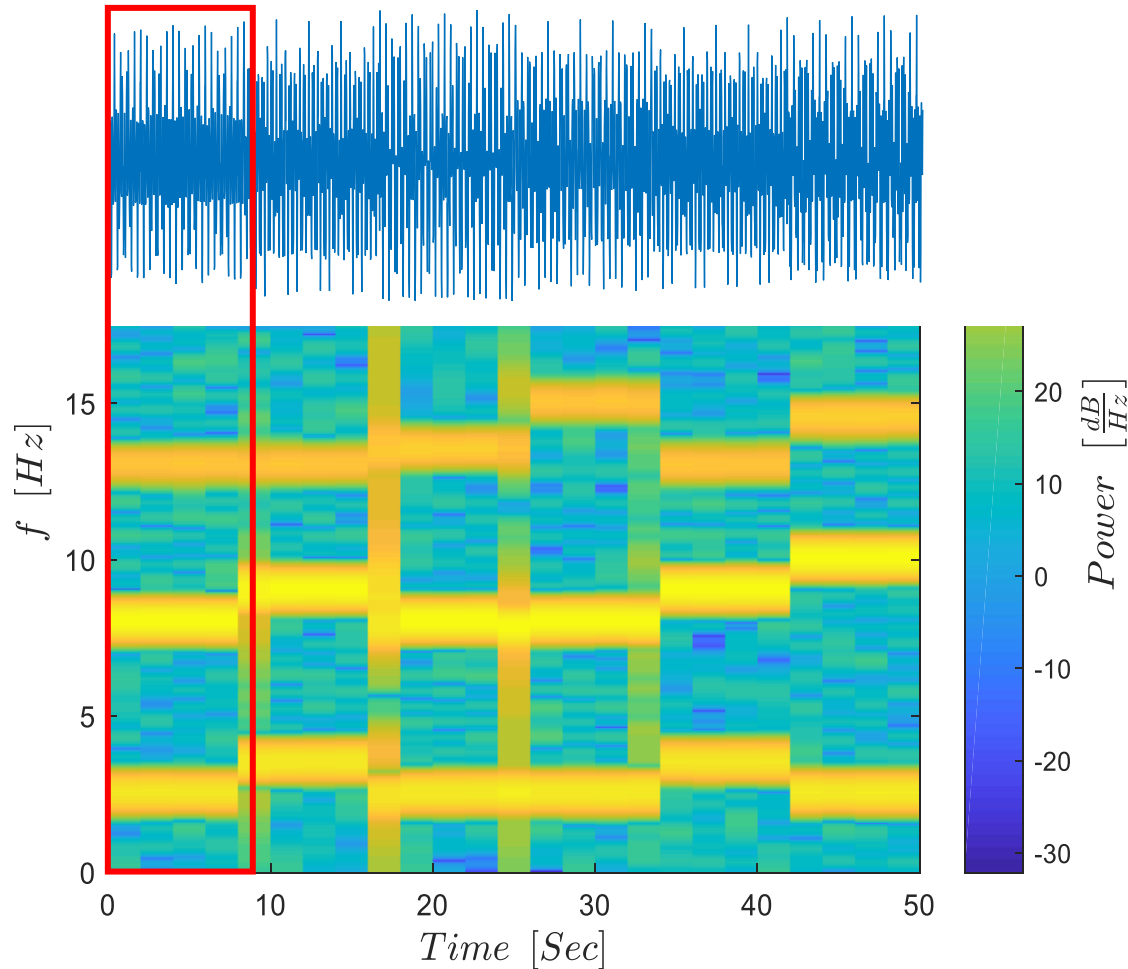
- התוצאה המתקבלת עבור האות מהשקף הקודם:



מעבר בין שני מקטעים!

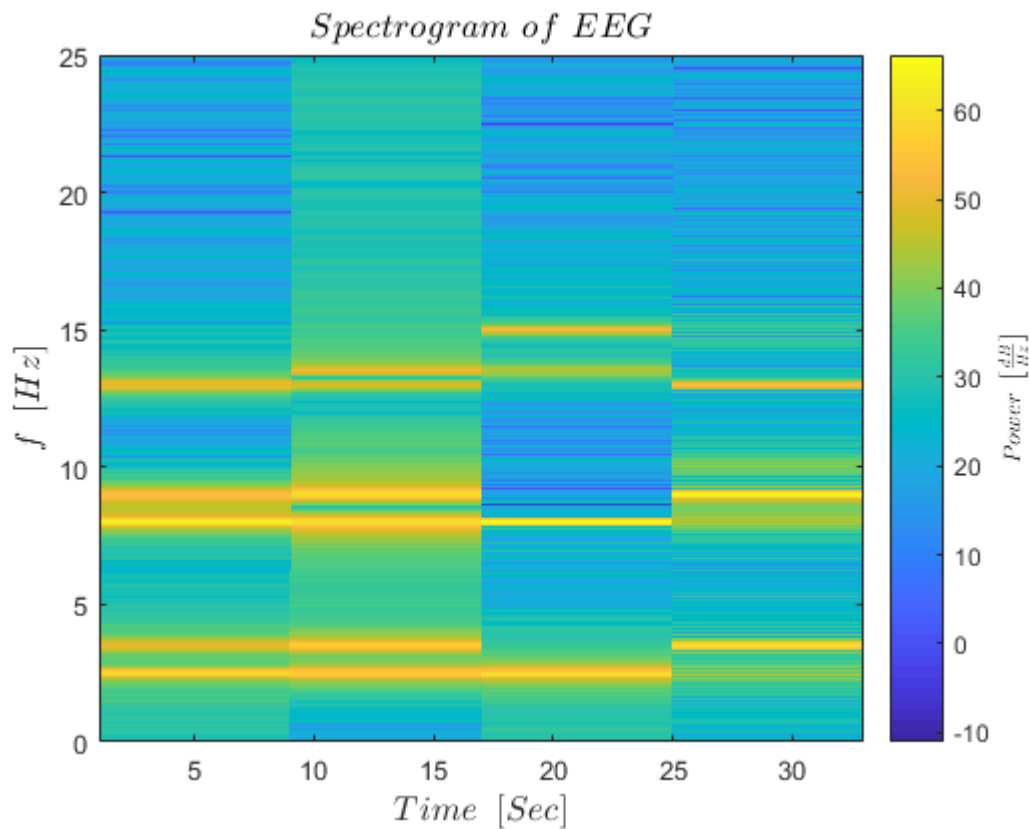
התמרת פורייה ל"זמן קצר" / STFT

- לוקליזציה של המעברים בהתמרה על גבי האות:

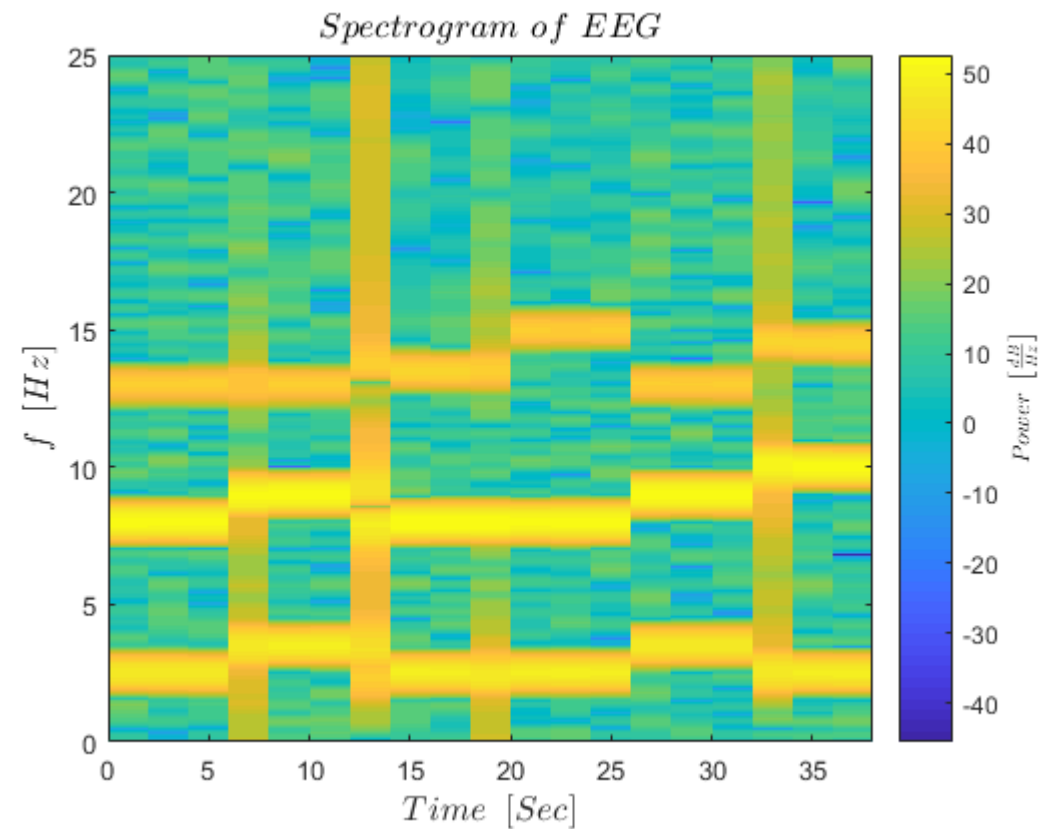


רזולוציית זמן-תדר

- עקרון האי-ודאות:



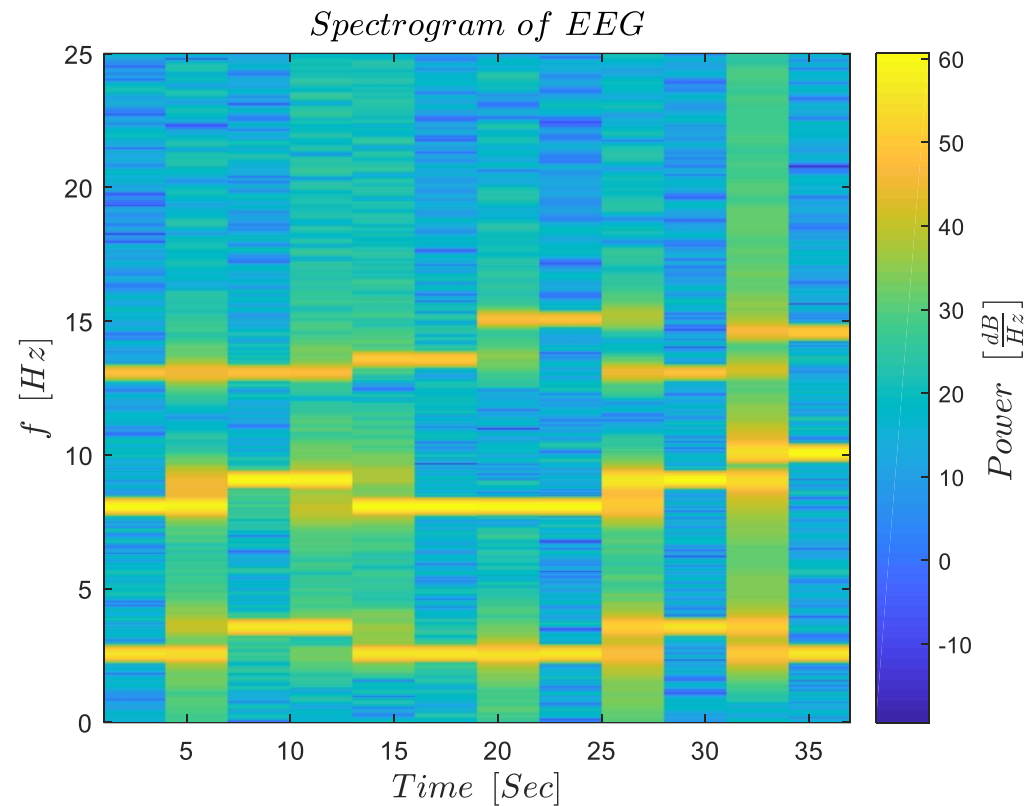
צר בתדר = רחב בזמן



צר בזמן = רחב בתדר

רזולוציית זמן-תדר

- בד"כ עושים פשרה בין השניים (או משתמשים בכלים יותר מתקדמים):



מה בתכנית?

- ✓אותות ומערכות
- ✓סוגים של אותות
- ✓קוונטיזציה/דגימה
- ✓ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- ✓מסננים דיגיטלים

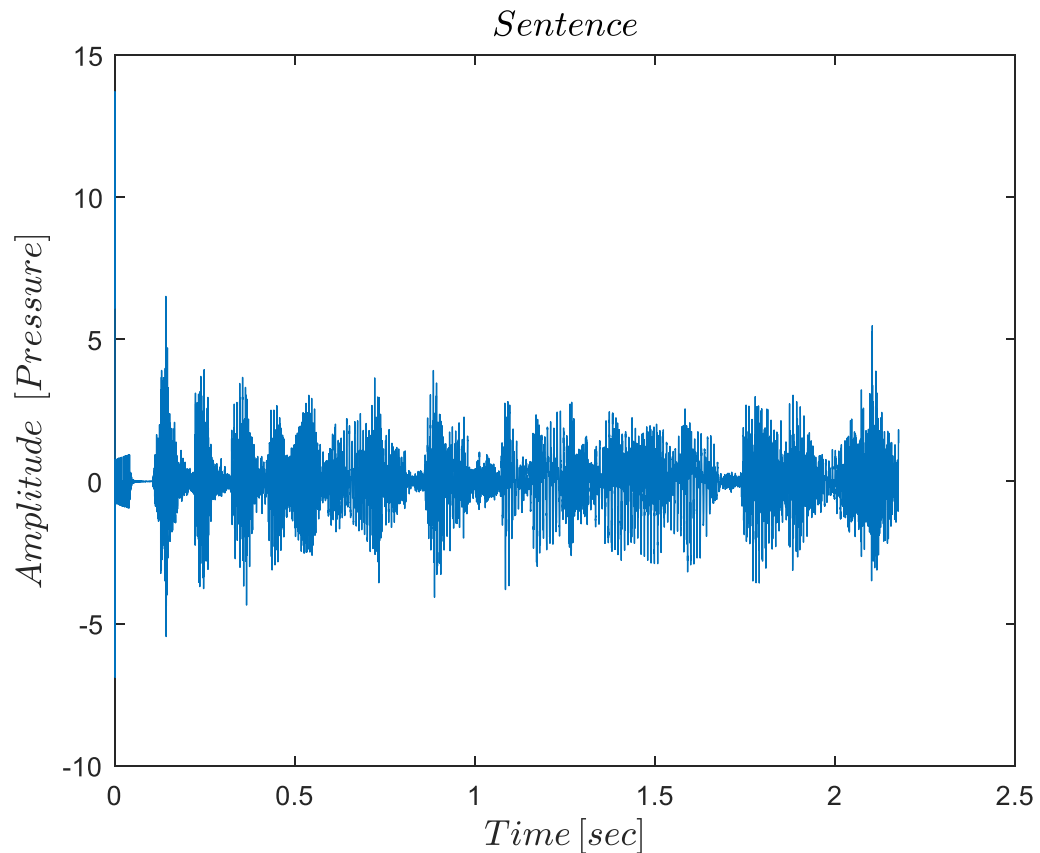
• שיערוך סטטיסטי

- ✓שיערוך ממדידות רועשות
- ✓שימושים של פונקצית הקורלציה
- ✓התמרות משולבות של זמן-תדר

• דוגמה מסכמת

דוגמה מסכמת: זיהוי דיבור

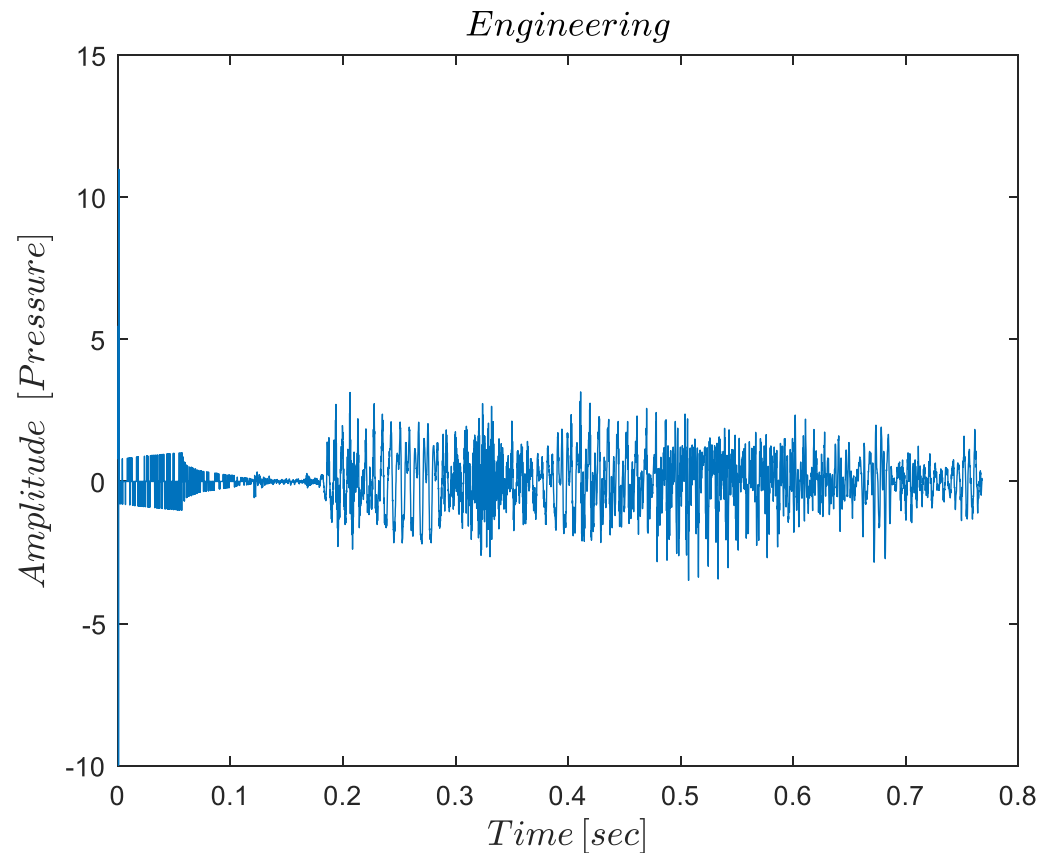
- נניח נתונים לנו המשפט הבא:



“en-GIN-er-ing”

דוגמה מסכמת: זיהוי דיבור

- ונתונה המילה "הנדסה":



“en-gin-EER-ing”

דוגמה מסכמת: זיהוי דיבור

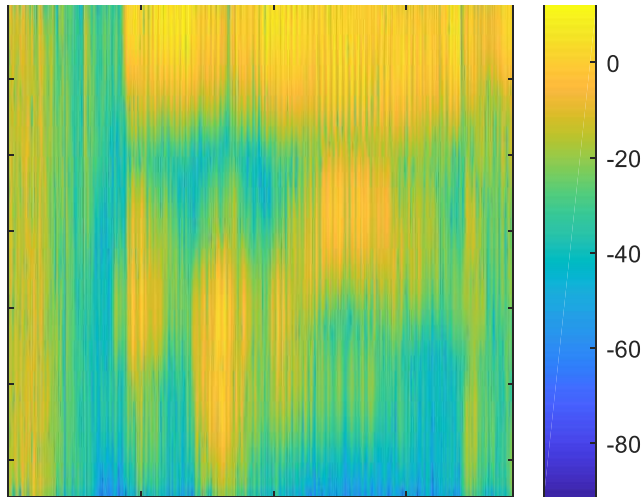
- אם ננסה להפעיל זיהוי תבניות על אות הלחץ נתקשה למצוא את המילה "הנדסה" כיוון שהדובר שינה את אופן הביטוי.



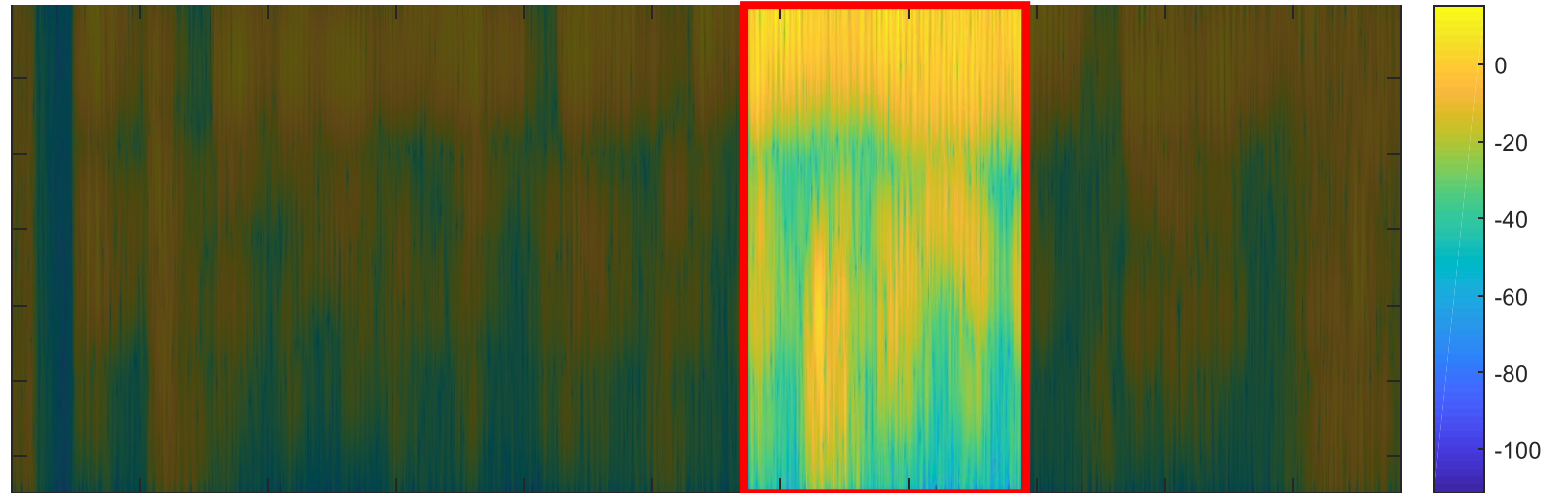
- שאלה: אז מה עושים?

דוגמה מסכמת: זיהוי דיבור

- פתרון: נשתמש בהתמרת פורייה ל"זמן קצר" וננסה להשתמש בקורלציה למציאת התמרת המילה הנדסה בתוך התמרת המשפט!



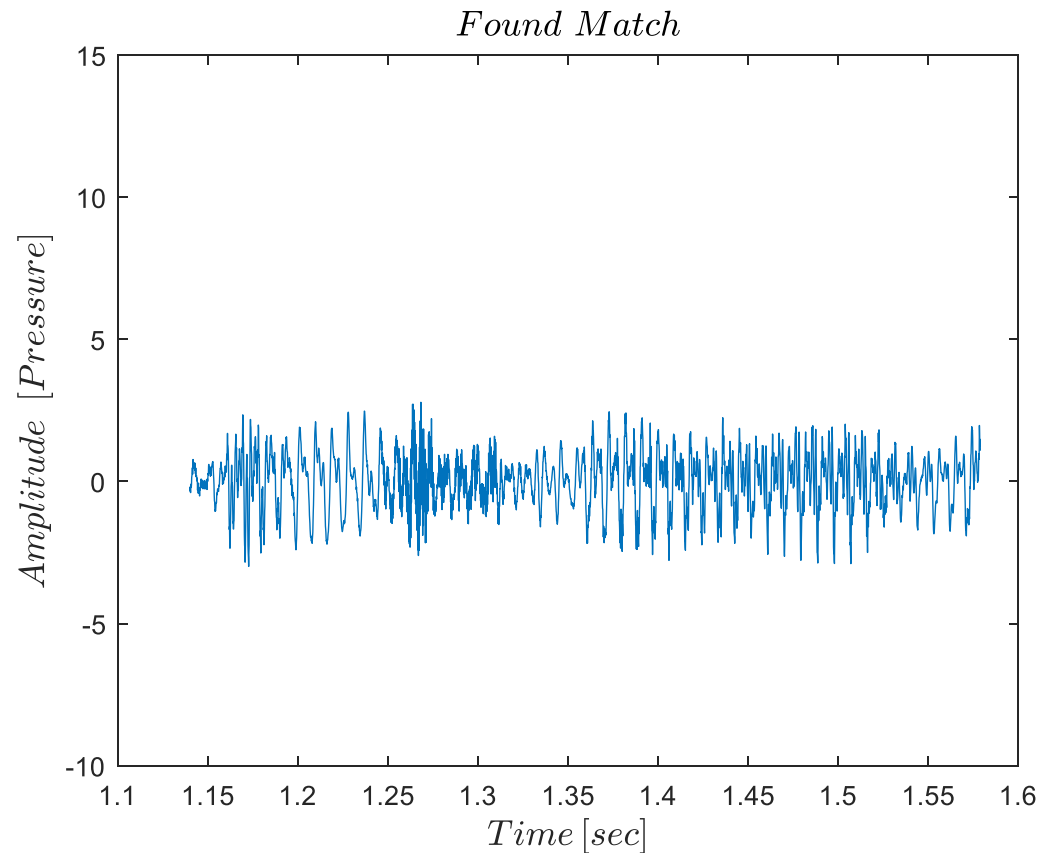
התמרת STFT של
המילה "הנדסה"



התמרת STFT של
כל המשפט

דוגמה מסכמת: זיהוי דיבור

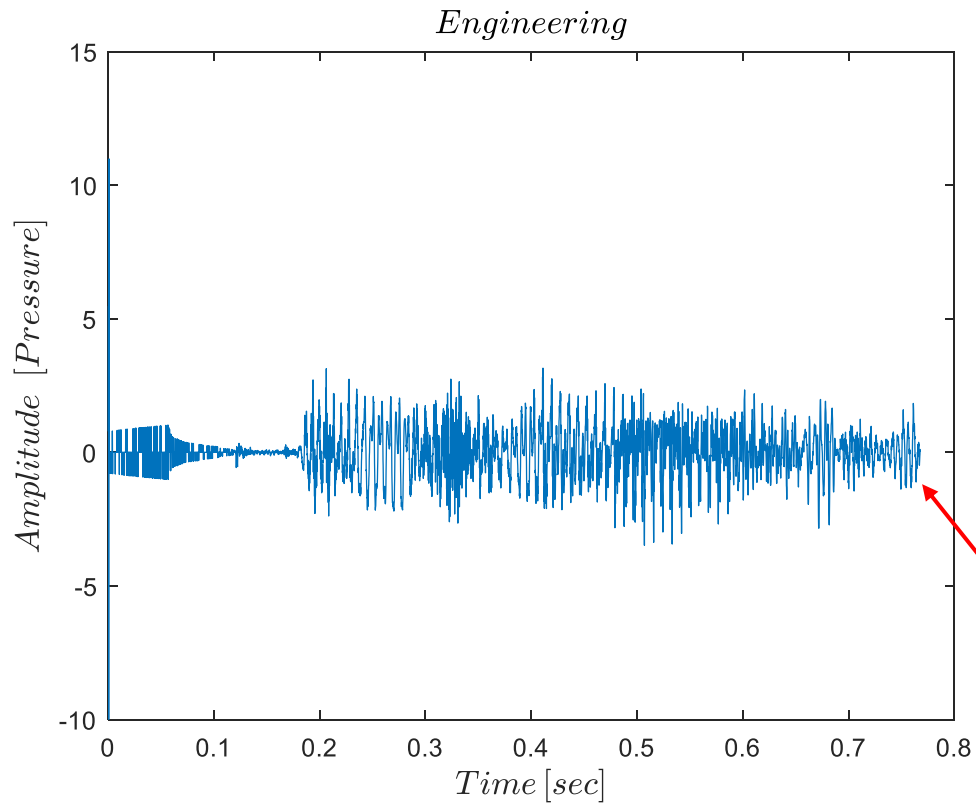
• בוא נשמע אם אכן צדקנו:



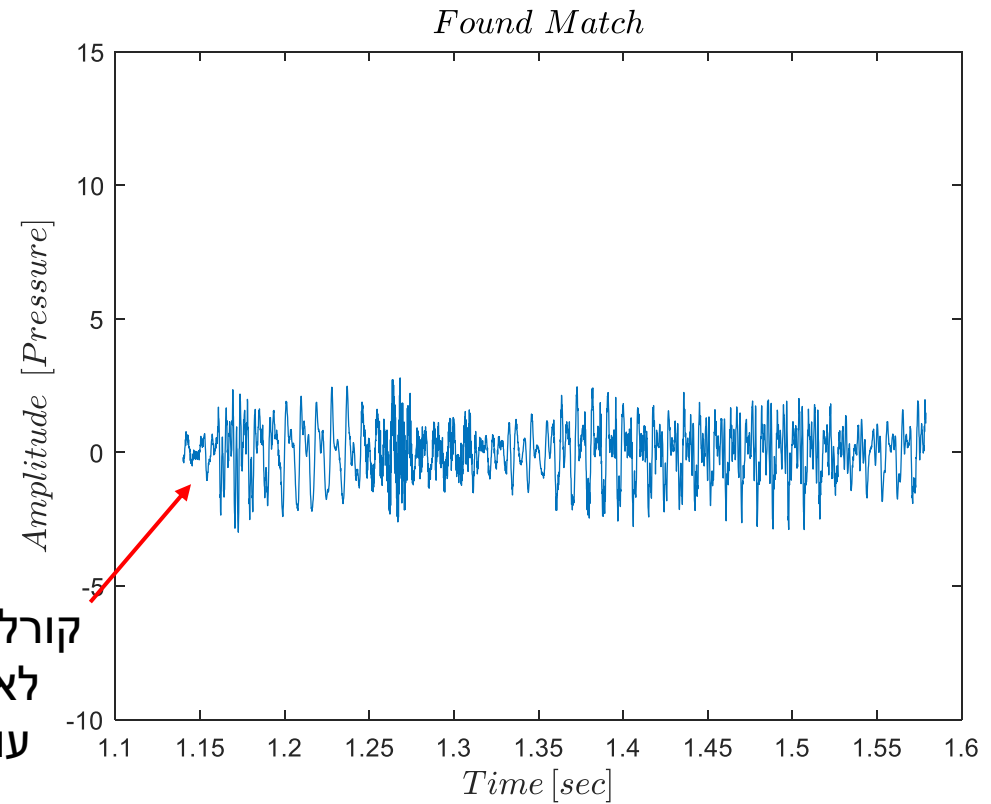
מילה שזוהתה

דוגמה מסכמת: זיהוי דיבור

- המילה שזוהתה בהשוואה לתבנית במישור הזמן:



קורלציה בזמן
לא היתה
עובדת..



מה בתכנית?

- ✓אותות ומערכות
- ✓סוגים של אותות
- ✓קוונטיזציה/דגימה
- ✓ייצוג במישור התדר ע"י התמרת פורייה
- ✓מסננים דיגיטלים
- ✓שיערוך סטטיסטי
- ✓שיערוך ממדידות רועשות
- ✓שימושים של פונקצית הקורלציה
- ✓התמרות משולבות של זמן-תדר
- ✓דוגמה מסכמת

תודה על ההקשבה

